

4章 比例と反比例

4-1 比例と反比例

① 関数

〈例1〉 10L入る水そうに、空の状態から毎分2Lずつの割合で水を x 分間入れていくと、水そうには y Lの水が入ります。

(1) y を x の式で表しましょう。
 (2) y は x の関数といえますか。
 (3) x の変域と y の変域を求めましょう。

右の表をうめましょう。

(1) y の値は x の値の
倍なので

$y =$
 ↖ $x \times 2$

x (分)	0	1	2	3	4
y (L)	0				

(2) x や y のように、いろいろな値をとる文字を**変数**といい、
 x の値を決めると、それにともなう y の値もただ1つ決まるとき
 y は x の**関数**である といいます。

この問題は y は x の関数であると 。
 「いえる」「いえない」とどちら?

(3) 変数のとりうる値の範囲を**変域**といいます。

10L入る水そうですので、5分で満水になります。

このことから x の変域は 0以上5以下です。

不等号を使って表すと x の変域は $\leq x \leq$
 ↗ 0以上5以下

y の変域は $\leq y \leq$
 ↗ 0以上10以下

4章 比例と反比例

4-1 比例と反比例

① 関数

<例1> 10L入る水そうに、空の状態から毎分2Lずつの割合で水を x 分間入れていくと、水そうには y Lの水が入ります。

- (1) y を x の式で表しましょう。
- (2) y は x の関数といえますか。
- (3) x の変域と y の変域を求めましょう。

右の表をうめましょう。

(1) y の値は x の値の

2倍なので

$$y = \text{2x}$$

↖ $x \times 2$

x (分)	0	1	2	3	4
y (L)	0	2	4	6	8

(2) x や y のように、いろいろな値をとる文字を**変数**といい、 x の値を決めると、それにとまって y の値もただ1つ決まるとき

y は x の関数である といえます。

この問題は y は x の関数であると いえる。

↑
「いえ」 「いえない」 のどちら？

(3) 変数のとりうる値の範囲を**変域**といいます。

10L入る水そうですので、5分で満水になります。

このことから x の変域は 0以上5以下です。

不等号を使って表すと x の変域は $0 \leq x \leq 5$ ↗ 0以上5以下

y の変域は $0 \leq y \leq 10$ ↗ 0以上10以下

問1

10 cm のろうそくが、毎分 0.5 cm の割合で燃え続けていきます。x 分後に、燃えた長さを y cm とするとき、次の問いに答えましょう。

(1) 右の表の空らんをうめましょう。

x	0	2	4	6	8	10	12
y	0	1					

* 1分で 0.5 cm 燃えるということは 2分で 1 cm です

(2) y を x の式で表しましょう。 (3) y は x の関数といえますか。

(4) x の変域を求めましょう。 (5) y の変域を求めましょう
燃えつきるまでに何分かかるか。

② 比例の式

y が x の関数で $y = ax$ と表されるとき

y は x に比例する とい

a を比例定数 といいます。

例1 では $y = 2x$ なので $y = ax$ の形で表されるから、y は x に比例する といえます。

また、その比例定数は 2 です。

比例する量では

x の値が 2倍, 3倍, ... になると

それにとまって y の値も 2倍, 3倍, ... になります。

問1

10 cm のろうそくが、毎分 0.5 cm の割合で燃え続けていきます。x 分後に、燃えた長さを y cm とするとき、次の問いに答えましょう。

(1) 右の表の空らんをうめましょう。

x	0	2	4	6	8	10	12
y	0	1	2	3	4	5	6

* 1分で 0.5cm 燃えるということは 2分で 1cm です

(2) y を x の式で表しましょう。 (3) y は x の関数といえますか。

$y = 0.5x$ ($y = \frac{1}{2}x$) いえ

(4) x の変域を求めましょう。 (5) y の変域を求めましょう
燃えつきるまでに何分かかるか。

$10 \div 0.5 = 20$

$0 \leq x \leq 20$

$0 \leq y \leq 10$

② 比例の式

y が x の関数で $y = ax$ と表されるとき

y は x に比例する とい

a を比例定数 といいます。

例1 では $y = 2x$ なので $y = ax$ の形で表されるから、y は x に比例する といえます。

また、その 比例定数は 2 です。

比例する量では

x の値が 2倍, 3倍, ... になると

それにとまって y の値も 2倍, 3倍, ... になります。

問1 面積が $y \text{ cm}^2$,

底辺が 8 cm , 高さが $x \text{ cm}$ の平行四辺形があります。
次の問いに答えましょう。

- (1) y を x の式で表しましょう。
また 比例定数を答えましょう。
- (2) x の値が 2倍, 3倍, ... になると, y の値は とうなりますか。
- (3) $x = 12$ のときの y の値を求めましょう。

<例1> y は x に比例し, $x = -4$ のとき $y = 12$ です。

- (1) y を x の式で表しましょう。
- (2) $x = 6$ のときの y の値を求めましょう。

比例定数を求めて, 式をつくきましょう。

(1) 比例の式 $y = ax$ に $x = -4, y = 12$ を代入します。

$$\boxed{} = a \times \boxed{} \quad \text{よ} \quad \left. \begin{array}{l} \text{途中計算} \\ 12 = -4a \\ 4a = -12 \end{array} \right\}$$

$$a = \boxed{}$$

したがって $y = \boxed{}$

(2) (1) で求めた式に $x = 6$ を代入します。

$$y = -3 \times \boxed{} = \boxed{}$$

$y = -18$

問1 面積が $y \text{ cm}^2$,

底辺が 8 cm , 高さが $x \text{ cm}$ の平行四辺形があります。
次の問いに答えましょう。

(1) y を x の式で表しましょう。

また比例定数を答えましょう。

$$y = 8x$$

比例定数は 8

(2) x の値が 2倍, 3倍, ... になると, y の値は どうなりますか。

2倍, 3倍, ... になる

(3) $x = 12$ のときの y の値を求めましょう。

$$y = 8 \times 12 = 96$$

$$y = 96$$

<例1> y は x に比例し, $x = -4$ のとき $y = 12$ です。

(1) y を x の式で表しましょう。

(2) $x = 6$ のときの y の値を求めましょう。

比例定数を求めて, 式をつくりましょう。

(1) 比例の式 $y = ax$ に $x = -4, y = 12$ を代入します。

$$\boxed{12} = a \times \boxed{-4} \quad \text{よって}$$

途中計算
 $12 = -4a$
 $4a = -12$

$$a = \boxed{-3}$$

したがって $y = \boxed{-3x}$

(2) (1) で求めた式に $x = 6$ を代入します。

$$y = -3 \times \boxed{6} = \boxed{-18}$$

$$y = -18$$

問2 y は x に比例し, $x = -3$ のとき $y = -15$ です。

(1) y を x の式で表しましょう。

(2) $x = 4$ のときの y の値を求めましょう。

問3 y は x に比例し, $x = 6$ のとき $y = -2$ です。
 y を x の式で表しましょう。

③ 反比例の式

面積が 12 cm^2 の長方形の縦を $x\text{ cm}$, 横を $y\text{ cm}$ とします。

x	1	2	3	4	6	12
y	12	6	4			

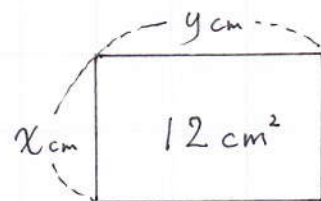
左の空らんをうめましょう。

x と y の関係を式で表すと

$$xy = 12$$

したがって, y を x の式で表すと

$$y = \frac{12}{x} \quad \text{となります。}$$



このように x の値が 2 倍, 3 倍, ... になると

y の値が $\frac{1}{2}$ 倍, $\frac{1}{3}$ 倍, ... になるとき

y は x に反比例する となります。

問2 y は x に比例し, $x = -3$ のとき $y = -15$ です。

(1) y を x の式で表しましょう。

$$y = 5x$$

(2) $x = 4$ のときの y の値を求めましょう。

$$y = 20$$

問3 y は x に比例し, $x = 6$ のとき $y = -2$ です。
 y を x の式で表しましょう。

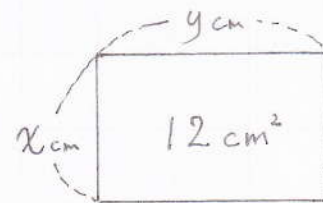
$$y = -\frac{1}{3}x$$

③ 反比例の式

面積が 12 cm^2 の長方形の縦を $x \text{ cm}$, 横を $y \text{ cm}$ とします。

x	1	2	3	4	6	12
y	12	6	4	3	2	1

左の空らんをうめましょう。



x と y の関係を式で表すと

$$xy = 12$$

したがって, y を x の式で表すと

$$y = \frac{12}{x} \quad \text{となります。}$$

このように x の値が 2 倍, 3 倍, ... になると

y の値が $\frac{1}{2}$ 倍, $\frac{1}{3}$ 倍, ... になるとき

y は x に反比例する といいます。

補充問題A

1. 次のうち, y が x の関数であるものはどれですか。

㉑ 半径 x cm の円の面積は y cm² である。

㉒ 身長 x cm の人の体重は y kg である。

㉓ 10 km はなれた場所へ, 毎時 x km の速さで歩くと, y 時間かかる。

2. y は x に比例し, $x = 4$ のとき $y = -24$ である。

(1) y を x の式で表しなさい。

(2) $x = -6$ のときの y の値を求めなさい。

(3) $y = 54$ のときの x の値を求めなさい。

3. y は x に反比例し, $x = -3$ のとき $y = -8$ である。

(1) y を x の式で表しなさい。

(2) $x = -6$ のときの y の値を求めなさい。

(3) $y = 12$ のときの x の値を求めなさい。

補充問題A

1. 次のうち, y が x の関数であるものはどれですか.

㉑ 半径 x cm の円の面積は y cm² である. ($y = \pi x^2$)

㉒ 身長 x cm の人の体重は y kg である.

㉓ 10 km はなれた場所へ, 毎時 x km の ($y = \frac{10}{x}$)

速さで歩くと, y 時間かかる.

㉑と㉓

2. y は x に比例し, $x = 4$ のとき $y = -24$ である.

(1) y を x の式で表しなさい.

$$y = -6x$$

(2) $x = -6$ のときの y の値を求めなさい.

$$y = 36$$

(3) $y = 54$ のときの x の値を求めなさい.

$$-6x = 54 \quad x = -9$$

3. y は x に反比例し, $x = -3$ のとき $y = -8$ である.

(1) y を x の式で表しなさい.

$$y = \frac{24}{x}$$

(2) $x = -6$ のときの y の値を求めなさい.

$$y = -4$$

(3) $y = 12$ のときの x の値を求めなさい.

$$x = 2$$

補充問題 B

1. 次の x, y の関係を式'で表しなさい。また, y が x に比例するものには \circ , 反比例するものには Δ , どちらでもないものには \times をつけなさい。

(1) 1本80円の鉛筆を x 本買って, 1000円札を出したときのおつりは y 円である。

[式] _____ []

(2) 100g 600円の牛肉 x g の代金は y 円である。

[式] _____ []

(3) 面積が 24cm^2 の三角形の底辺を $x\text{cm}$, 高さを $y\text{cm}$ とする。

[式] _____ []

(4) 200mL のジュースを x 個のコップに同じように分けると, コップ1個分は $y\text{mL}$ である。

[式] _____ []

2. y が x に比例し, $x=6$ のとき $y=-9$ である。

$x=-4$ のときの y の値を求めなさい。

3. y が x に反比例し, $x=-\frac{1}{3}$ のとき $y=-6$ である。

y を x の式'で表しなさい。

補充問題 B

1. 次の x, y の関係を式で表しなさい。また, y が x に比例するものには \circ , 反比例するものには Δ , どちらでもないものには \times をつけなさい。

(1) 1本80円の鉛筆を x 本買って, 1000円札を出したときのおつりは y 円である。

[式] $y = 1000 - 80x$ [\times]

(2) 100g 600円の牛肉 x g の代金は y 円である。

1g 6円

[式] $y = 6x$ [\circ]

(3) 面積が 24cm^2 の三角形の底辺を $x\text{cm}$, 高さを

$\frac{xy}{2} = 24$ $y\text{cm}$ とする。

[式] $y = \frac{48}{x}$ [Δ]

(4) 200mL のジュースを x 個のコップに同じように分けると, コップ1個分は $y\text{mL}$ である。

[式] $y = \frac{200}{x}$ [Δ]

2. y が x に比例し, $x = 6$ のとき $y = -9$ である。

$x = -4$ のときの y の値を求めなさい。

$y = -\frac{3}{2}x$ $y = -\frac{3}{2} \times (-4) = 6$ $y = 6$

3. y が x に反比例し, $x = -\frac{1}{3}$ のとき $y = -6$ である。

y を x の式で表しなさい。

$a = -\frac{1}{3} \times (-6) = 2$

$y = \frac{2}{x}$