

4章 比例と反比例

4-3 反比例のグラフ / 利用

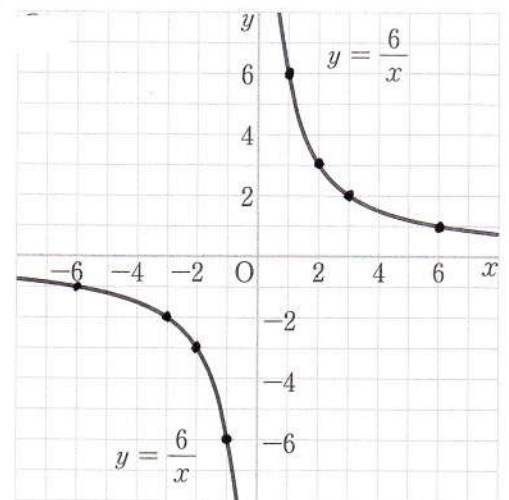
① 反比例のグラフ

$y = \frac{6}{x}$ のグラフについて考えましょう。

x	...	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6	...
y	...	-1	-1.2	-1.5	-2	-3	-6	X	6	3	2	1.5	1.2	1	...

これらの座標の点をとって、それらを結ぶと右のような2つのなめらかな曲線になります。

この曲線を **双曲線** といいます。

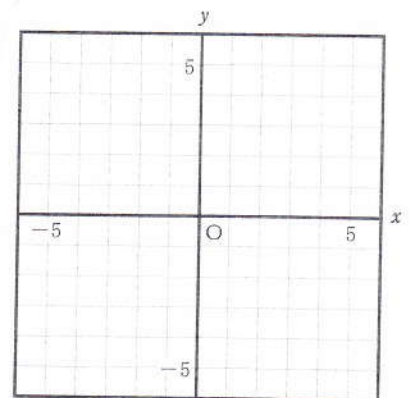


問1 $y = -\frac{6}{x}$ について

下の表をうめてから、

右の図にグラフをかきましょう。

x	-6	-3	-2	-1	0	1	2	3	6
y									



4章 比例と反比例

4-3 反比例のグラフ / 利用

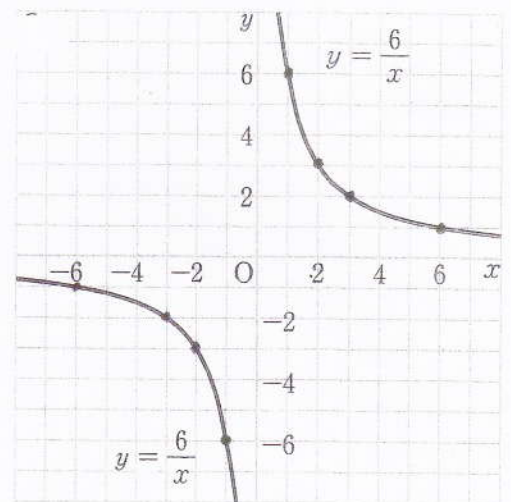
① 反比例のグラフ

$y = \frac{6}{x}$ のグラフについて考えましょう。

x	...	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6	...
y	...	-1	-1.2	-1.5	-2	-3	-6	X	6	3	2	1.5	1.2	1	...

これらの座標の点をとって、それらを結ぶと
右のような 2つのなめらかな曲線
になります。

この曲線を **双曲線** といいます。

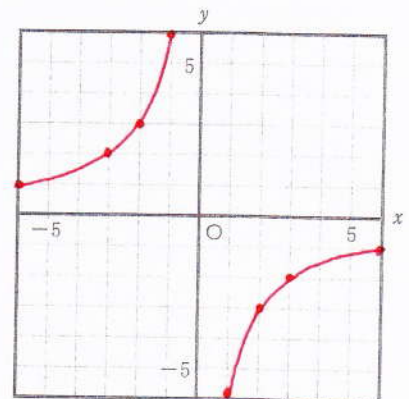


問1 $y = -\frac{6}{x}$ について

下の表をうめてから、

右の図にグラフをかきましょう。

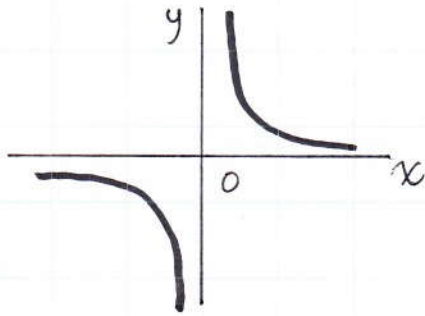
x	-6	-3	-2	-1	0	1	2	3	6
y	1	2	3	6	X	-6	-3	-2	-1



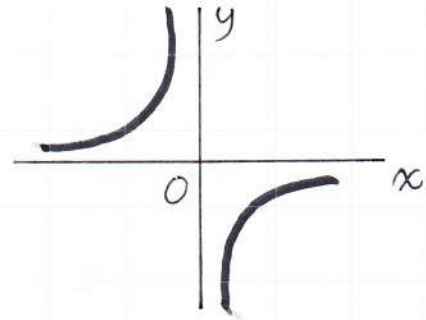
反比例のグラフ

$y = \frac{a}{x}$ のグラフは、双曲線になる。

(i) $a > 0$ のとき



(ii) $a < 0$ のとき

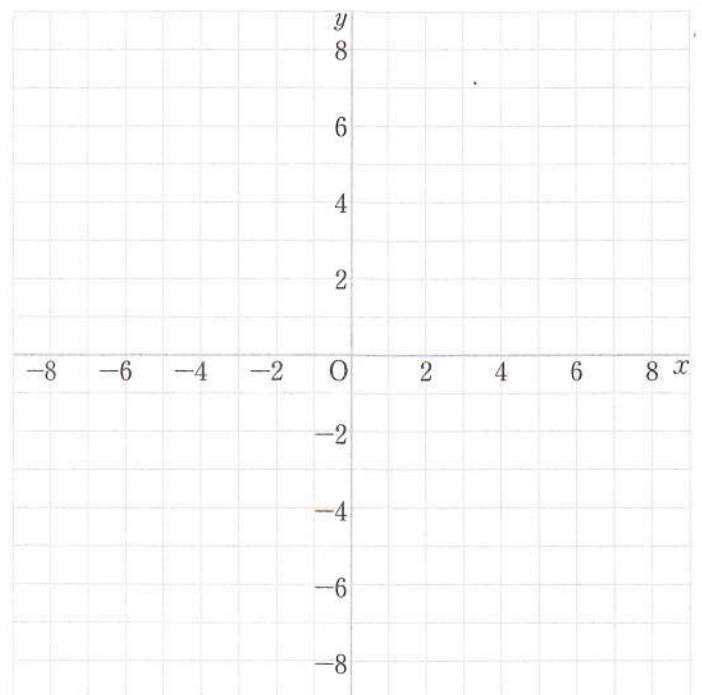


x軸, y軸とは交わりません。

問2 次の反比例のグラフをかきましょう。

① $y = \frac{8}{x}$

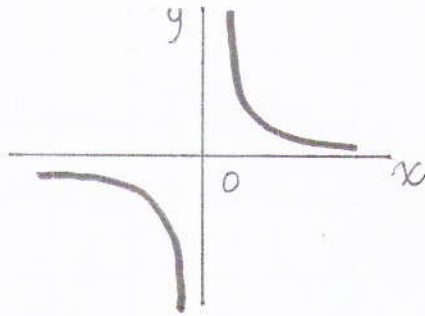
② $y = -\frac{12}{x}$



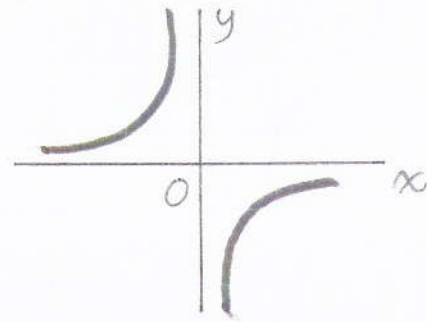
反比例のグラフ

$y = \frac{a}{x}$ のグラフは、双曲線になる。

(i) $a > 0$ のとき



(ii) $a < 0$ のとき

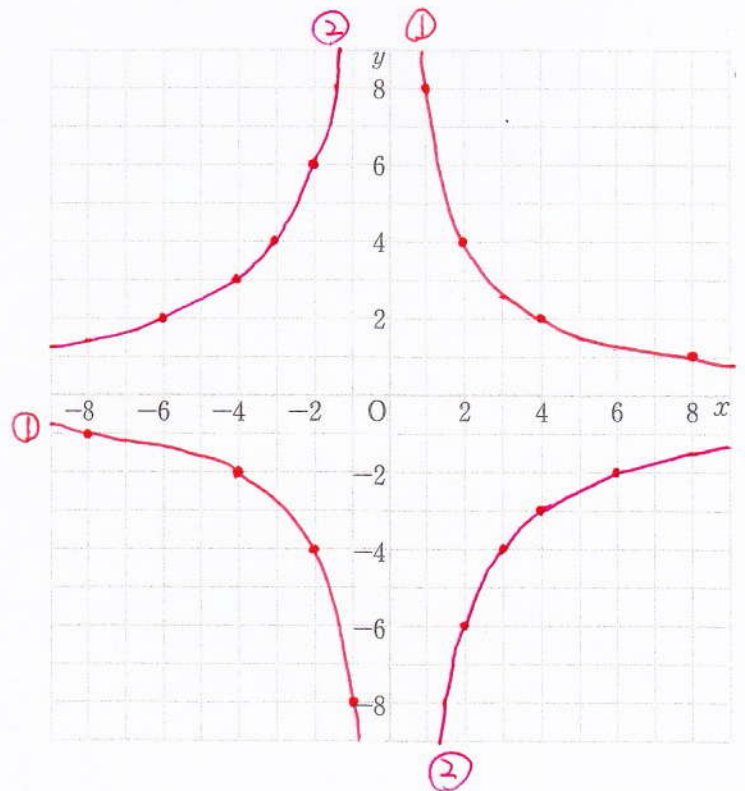


x軸, y軸とは交わりません。

問2 次の反比例のグラフをかきましょう。

① $y = \frac{8}{x}$

② $y = -\frac{12}{x}$



② 比例と反比例の利用

〈例1〉

あるばねに、 x gのおもりをつるしたときの
のびを y cm とすると、下の表のようになりました。

おもりが 60g のときのばねののびは
何 cm ですか。

x (g)	0	10	20
y (cm)	0	0.5	1.0

y は x に比例しているので、比例式 $y = ax$ を求めると

$$0.5 = a \times 10$$

$$10a = 0.5$$

$$a = 0.05$$

↘ 10をわけて

↘ 10でわけて

よって

$$y = 0.05x$$

この比例定数の 0.05 は

1g ののびるばねののびが 0.05 cm である

ことを表しています。

おもりが 60g というのは $x = 60$ なので

$$y = 0.05x \text{ に } x=60 \text{ を代入して}$$

$$y = 0.05 \times \square$$

$$= \square$$

(答)

* 比で解くこともできます。

$$10g \cdots 0.5 \text{ cm} \quad 60g \cdots \square \text{ cm として}$$

$$10 : 0.5 = 60 : \square$$

$$10 \times \square = 0.5 \times 60$$

$$\square = 3$$

② 比例と反比例の利用

<例1>

あるばねに、 x gのおもりをつるしたときの
のびを y cm とすると、下の表のようになりかた。

おもりが 60g のときのばねののびは
何 cm ですか。

x (g)	0	10	20
y (cm)	0	0.5	1.0

y は x に比例しているので、比例式 $y = ax$ を求めると

$$0.5 = a \times 10$$

$$10a = 0.5$$

$$a = 0.05$$

↘ 代入して

↘ 10でわって

よって

$$\underline{y = 0.05x}$$

この比例定数の 0.05 は

1g でのびるばねののびが 0.05 cm である

ことを表しています。

おもりが 60g というのは $x = 60$ なので

$$y = 0.05x \text{ に代入して}$$

$$y = 0.05 \times \boxed{60}$$

$$= \boxed{3}$$

(答) 3 cm

* 比で解くこともできます。

$$10\text{g} \cdots 0.5\text{cm} \quad 60\text{g} \cdots \square\text{cm} \text{ とし}$$

$$10 : 0.5 = 60 : \square$$

$$10 \times \square = 0.5 \times 60$$

$$\square = 3$$

問1 底辺が x cm, 高さが 12 cm の三角形の面積を y cm² とします。

(1) y を x の式で表しましょう。

(2) 面積が 72 cm² になるときの高さは何 cm ですか。

<例2>

毎秒 0.4 L ずつ水を入れると 90 秒でいっぱいになる水そうがあります。この水そうを 24 秒でいっぱいにするには、毎秒何 L ずつ水を入れればよいですか。

この水そうに入る水の量は L. ↗ 毎秒 0.4 L で 90 秒.

したがって 24 秒でいっぱいにするには

$$\text{} \div 24 = \text{} \quad \text{(答)}$$

問2 毎分 9 L ずつ水をぬいていくと、40 分で空になる水そうがあります。毎分 12 L ずつ水をぬくとき、水そうが空になるのは何分後ですか。

問1 底辺が x cm, 高さが 12 cm の三角形の面積を y cm² とします。

(1) y を x の式で表しましょう。 $y = x \times 12 \times \frac{1}{2}$

$$y = 6x$$

(2) 面積が 72 cm² になるときの高さは何 cm ですか。

$$6x = 72$$

$$x = 12$$

12 cm

<例2>

毎秒 0.4 L ずつ水を入れると 90 秒でいっぱいになる水そうがあります。この水そうを 24 秒でいっぱいにするには、毎秒何 L ずつ水を入れればよいですか。

この水そうに入る水の量は 36 L.

毎秒 0.4 L で 90 秒

したがって 24 秒でいっぱいにするには

$y = \frac{36}{x}$ としむき

$$\frac{36}{24} = \frac{1.5}{1}$$

(答) 毎秒 1.5 L

問2 毎分 9 L ずつ水をぬいていくと、40 分で空になる水そうがあります。毎分 12 L ずつ水をぬくとき、水そうが空になるのは何分後ですか。

水そう 360 L

$$360 \div 12 = 30$$

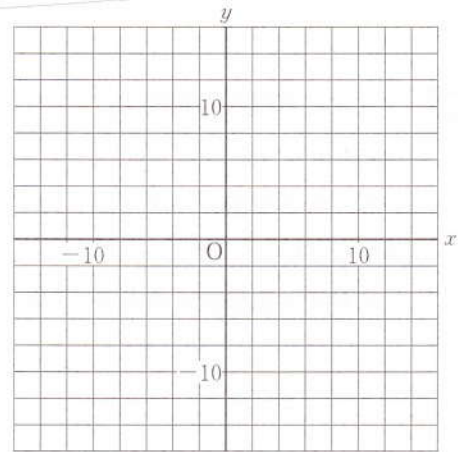
30 分

補充問題 A

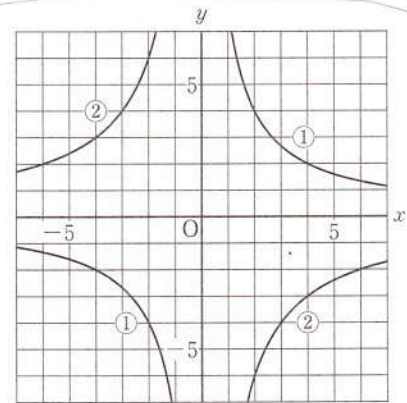
1. 次の反比例のグラフをかきなさい。

① $y = \frac{16}{x}$

② $y = -\frac{24}{x}$



2. 右のグラフの式を求めなさい。



3. 右の表は 12 km の道のりを歩くときの
速さ x km/h と

x	1	2	3	4	5	6
y	12		4		2.4	

かかる時間 y 時間 を表したものです。

(1) 表をうめなさい。

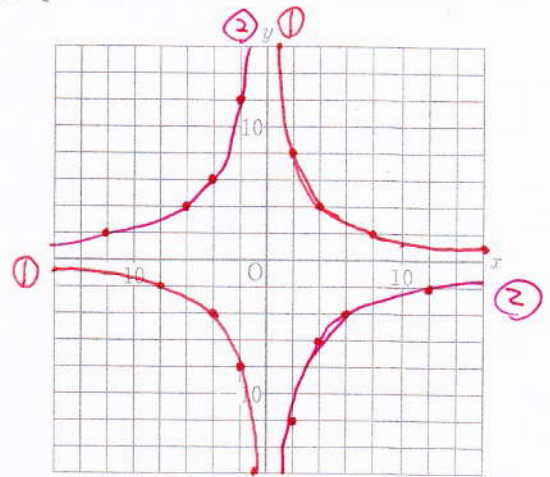
(2) y を x の式で表しなさい。

補充問題A

1. 次の反比例のグラフをかきなさい。

① $y = \frac{16}{x}$

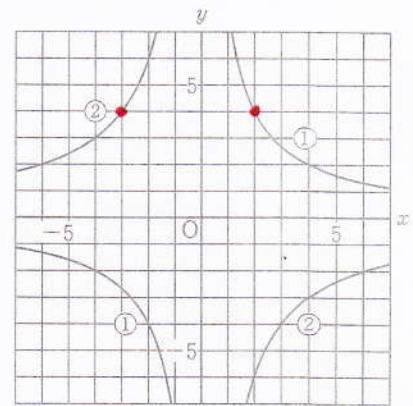
② $y = -\frac{24}{x}$



2. 右のグラフの式を求めなさい。

① $y = \frac{8}{x}$ ($a = 2 \times 4$)

② $y = -\frac{12}{x}$ ($a = -3 \times 4$)



3. 右の表は 12 km の

道のりを歩くときの
速さ x km/h と

かかる時間 y 時間 を表したものです。

x	1	2	3	4	5	6
y	12	6	4	3	2.4	2

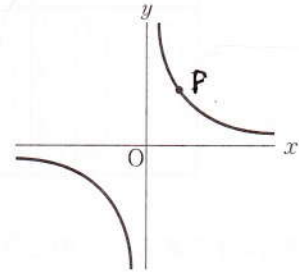
(1) 表をうめなさい。

(2) y を x の式で表しなさい。

$y = \frac{12}{x}$

補充問題 B

1. 右のグラフは $y = \frac{a}{x}$ のグラフで、点 $P\left(\frac{3}{2}, 4\right)$ は、このグラフ上の点である。

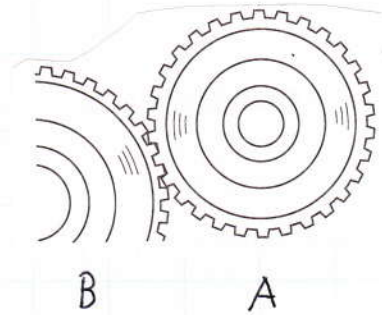


(1) a の値を求めなさい。

(2) このグラフ上で、 x 座標、 y 座標がともに整数である点は いくつありますか。

2. 右図のように、歯車 A と B がかみ合っている。

歯車 A の歯数は 30 で、毎秒 12 回転している。歯車 B は歯数が x で毎秒 y 回転している。

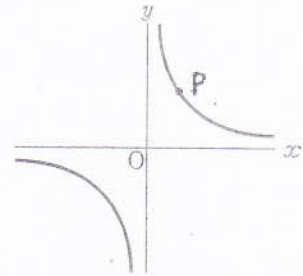


(1) y を x の式で表しなさい。

(2) 歯車 B の歯数が 45 のとき、B は毎秒何回転しますか。

補充問題 B

1. 右のグラフは $y = \frac{a}{x}$ のグラフで
点 $P(\frac{3}{2}, 4)$ は、このグラフ上の
点である。



(1) a の値を求めなさい。

$$a = \frac{3}{2} \times 4 = 6$$

$$\underline{a = 6}$$

(2) このグラフ上で、 x 座標、 y 座標がともに
整数である点は いくつありますか。

$$y = \frac{6}{x}$$

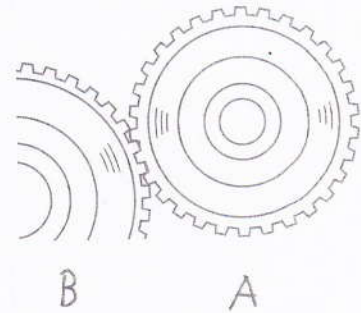
$$(1, 6) (2, 3) (3, 2) (6, 1)$$

$$(-1, -6) (-2, -3) (-3, -2) (-6, -1)$$

8 個

2. 右図のように、歯車 A と B がかみ合っている。

歯車 A の歯数は 30 で、毎秒 12 回転
している。歯車 B は歯数が x で
毎秒 y 回転している。



(1) y を x の式で表しなさい。

$$xy = 30 \times 12$$

$$y = \frac{360}{x}$$

(2) 歯車 B の歯数が 45 のとき、
B は毎秒何回転しますか。

$$y = \frac{360}{45} = 8$$

毎秒 8 回転