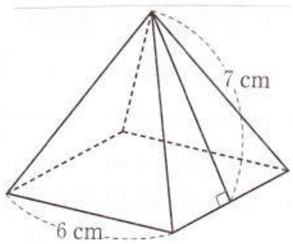
6章 空間図形

6-3 錐体の表面積・体積

〈例1〉

右は 正四角錐 です。

表面積を求めましょう。



側面は 底辺6cm, 高さ7cm の二等辺三角形 なので

側面積は $\boxed{} \times 4 = 84$

4つ分

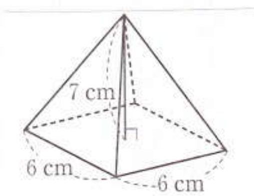
したがって 表面積は $\boxed{} + 84 = \boxed{}$ (cm²)

底面積　　側面積

〈例2〉

右の正四角錐の体積を

求めましょう。



錐体の体積はすべて (底面積)×(高さ)×$\frac{1}{3}$

$V = \frac{1}{3}Sh$　　で求められます。

したがって

体積は $\frac{1}{3} \times \boxed{} \times \boxed{} = \boxed{}$ (cm³)

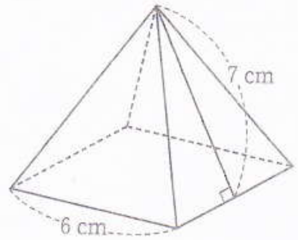
底面積　　高さ

6章空間図形

6-3 錐体の表面積・体積

〈例1〉

右は正四角錐です。
表面積を求めましょう。



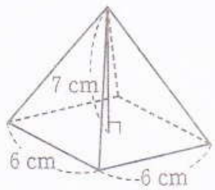
側面は 底辺6cm，高さ7cmの二等辺三角形 なので

側面積は $\boxed{6\times7\times\frac{1}{2}}\times\underbrace{4}_{4つ分}=84$

したがって 表面積は $\underbrace{\boxed{36}}_{底面積}+\underbrace{84}_{側面積}=\boxed{120}$ (cm²)

〈例2〉

右の正四角錐の体積を
求めましょう。



錐体の体積はすべて (底面積)×(高さ)×$\frac{1}{3}$

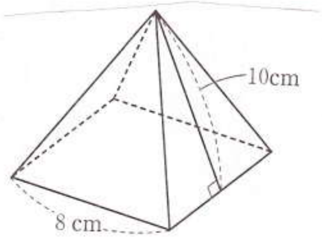
$V=\frac{1}{3}Sh$ で求められます。

したがって

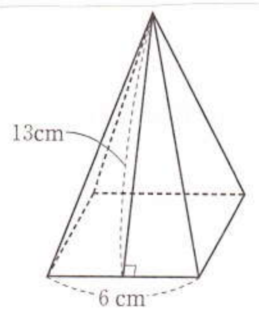
体積は $\frac{1}{3}\times\underbrace{\boxed{36}}_{底面積}\times\underbrace{\boxed{7}}_{高さ}=\boxed{84}$ (cm³)

問1　次の立体の表面積を求めましょう。

(1) 正四角錐

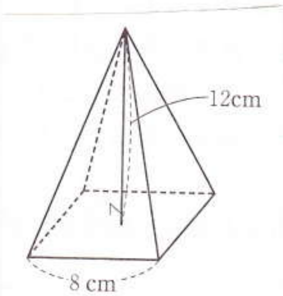


(2) 正四角錐

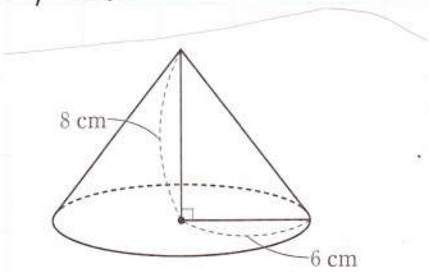


問2　次の立体の体積を求めましょう。

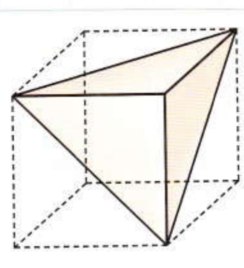
(1) 正四角錐



(2) 円錐

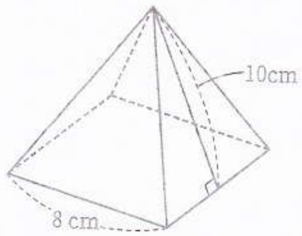


問3　1辺が6cmの立方体の一部を切り取ってできた立体の体積を求めましょう。



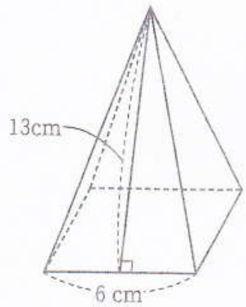
問1 次の立体の表面積を求めましょう。

(1) 正四角錐



$64 + 8 \times 10 \times \frac{1}{2} \times 4$
$= 64 + 160$
$= 224$ (cm²)

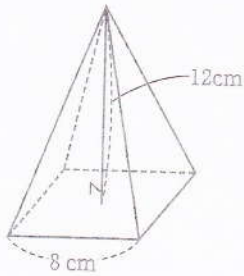
(2) 正四角錐



$36 + 6 \times 13 \times \frac{1}{2} \times 4$
$= 36 + 156$
$= 192$ (cm²)

問2 次の立体の体積を求めましょう.

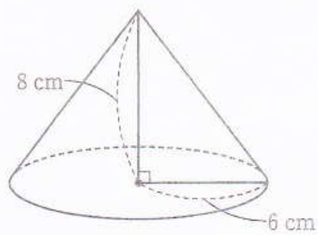
(1) 正四角錐



$\frac{1}{3} \times 64 \times 12 = 256$

256 (cm³)

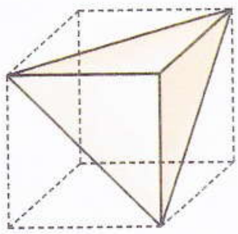
(2) 円錐



$\frac{1}{3} \times 36\pi \times 8 = 104\pi$

104π (cm³)

問3 1辺が6cmの立方体の一部を切り取ってできた立体の体積を求めましょう.



$\left(6 \times 6 \times \frac{1}{2}\right) \times 6 \times \frac{1}{3}$

$= 36$ (cm³)

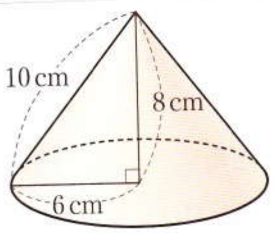
〈例3〉

右の円すいについて

(1) 側面積

(2) 表面積

(3) 体積　を求めましょう.



(1) 側面のおうぎ形の弧の長さは □ ← 底面の円周に等しい！

母線を半径する円周の長さは 20π (cm)

↑ $2\times\pi\times10$

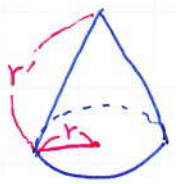
弧の長さは円周の $\frac{12\pi}{20\pi}=\frac{3}{5}$ 倍なので

側面のおうぎ形の面積も

母線を半径とする円の面積の $\frac{3}{5}$ 倍.

したがって側面積は

$$\pi\times10^2\times\frac{3}{5}=\boxed{}\ (\mathrm{cm^2})$$



側面積を求めるには

母線を r', 底面の半径を r とすると

$S=\pi rr'$ で求められます.

これを使って上の側面積を求めると

$$\pi\times\underset{半径}{\boxed{}}\times\underset{母線}{\boxed{}}=60\pi\ (\mathrm{cm^2})$$

(2) (表面積) = (側面積) + (底面積) より

$$\boxed{}+\underset{半径6cmの円}{\boxed{}}=\boxed{}\ (\mathrm{cm^2})$$

(3) $V=\frac{1}{3}Sh$ より

$$\frac{1}{3}\times\boxed{}\times\boxed{}=\boxed{}\ (\mathrm{cm^3})$$

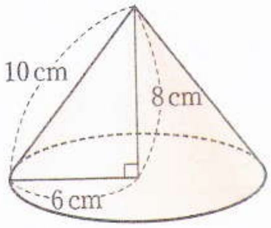
〈例3〉

右の円すいについて

(1) 側面積

(2) 表面積

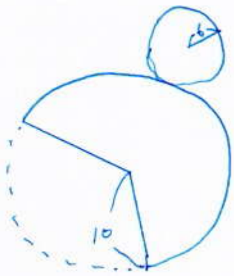
(3) 体積　を求めましょう.



(1) 側面のおうぎ形の弧の長さは $\boxed{12\pi}$ ← 底面の円周に等しい!

母線を半径する円周の長さは 20π (cm)

↑ $2\times\pi\times10$



弧の長さは円周の $\dfrac{12\pi}{20\pi}=\dfrac{3}{5}$ 倍なので

側面のおうぎ形の面積も

母線を半径とする円の面積の $\dfrac{3}{5}$ 倍.

したがって側面積は

$$\pi\times10^2\times\frac{3}{5}=\boxed{60\pi}\ (\mathrm{cm}^2)$$

側面積を求めるには

母線を r', 底面の半径を r とすると

$S=\pi r r'$ で求められます.

これを使って上の側面積を求めると

$$\pi\times\underbrace{\boxed{6}}_{\text{半径}}\times\underbrace{\boxed{10}}_{\text{母線}}=60\pi\ (\mathrm{cm}^2)$$

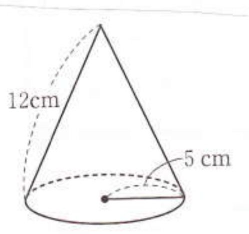
(2) (表面積) = (側面積) + (底面積) より

$$\boxed{60\pi}+\underbrace{\boxed{36\pi}}_{\text{半径6cmの円}}=\boxed{96\pi}\ (\mathrm{cm}^2)$$

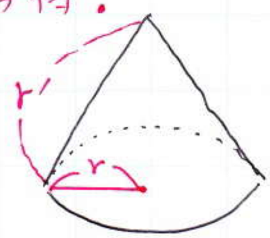
(3) $V=\frac{1}{3}Sh$ より

$$\frac{1}{3}\times\boxed{36\pi}\times\boxed{8}=\boxed{96\pi}\ (\mathrm{cm}^3)$$

問4 右の円錐の表面積を求めましょう。



知っ得！

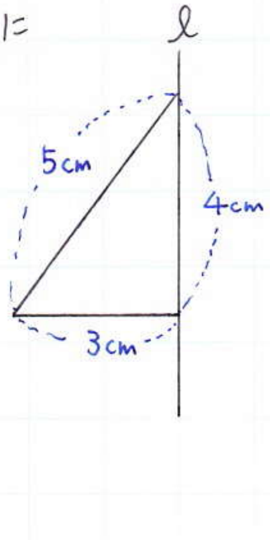


母線 r'，半径 r のとき

側面のおうぎ形の中心角 … $360° \times \frac{r}{r'}$

側面積 … $\pi r r'$

問5 右の図形を，直線 ℓ を軸に回転させてできる立体について

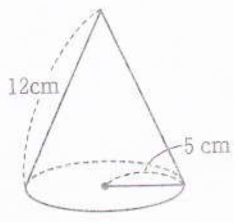


(1) 表面積を求めよ。

(2) 側面のおうぎ形の中心角を求めよ。

(3) 立体の体積を求めよ。

問4 右の円錐の表面積を求めましょう。

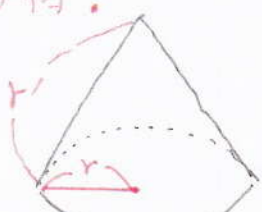


側 $\pi \times 5 \times 12 = 60\pi$

よって

$25\pi + 60\pi = \underline{85\pi\ (cm^2)}$

知っ得!

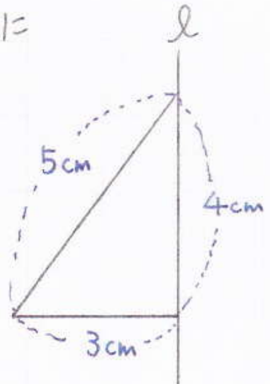


母線 r'，半径 r のとき

側面のおうぎ形の中心角 … $360° \times \frac{r}{r'}$

側面積 … $\pi r r'$

問5 右の図形を，直線 ℓ を軸に回転させてできる立体について



(1) 表面積を求めよ。

(2) 側面のおうぎ形の中心角を求めよ。

(3) 立体の体積を求めよ。

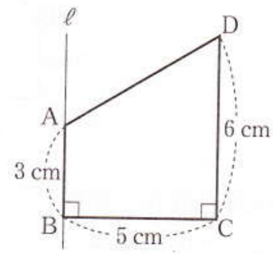
(1) $9\pi + 15\pi = 24\pi\ (cm^2)$

(2) $360° \times \frac{3}{5} = 216°$

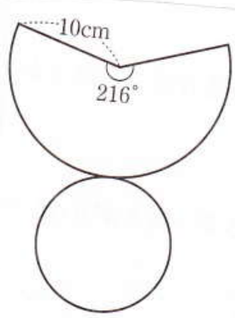
(3) $9\pi \times 4 \times \frac{1}{3} = 12\pi\ (cm^3)$

補充問題

1. 右の台形ABCDを，直線ℓを軸として
1回転させてできる立体の体積を求めなさい。

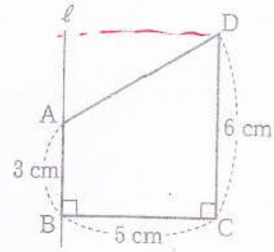


2. 右の図は円錐の展開図である.
(1) 底面の半径を求めなさい。
(2) 表面積を求めなさい。



補充問題

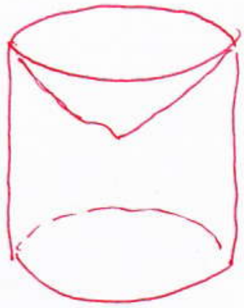
1. 右の台形ABCDを，直線ℓを軸として1回転させてできる立体の体積を求めなさい。



$25\pi \times 6 - 25\pi \times 3 \times \frac{1}{3}$

$= 150\pi - 25\pi$

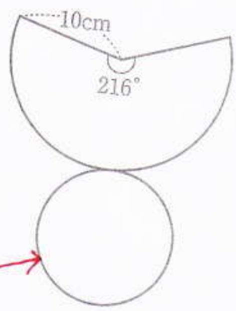
$= 125\pi \ (cm^3)$



2. 右の図は円錐の展開図である.

(1) 底面の半径を求めなさい。

(2) 表面積を求めなさい。

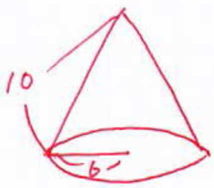


(1) 弧の長さ $2\pi \times 10 \times \frac{\cancel{216}^{3}}{\cancel{360}_{5}} = 12\pi$

円周が 12π なので

$2\pi r = 12\pi$

$r = 6$　　　6cm



(2) 側面積 $\pi \times 6 \times 10 = 60\pi$

底面積 36π

よって $60\pi + 36\pi = 96\pi \ (cm^2)$