

2章 連立方程式

2-3 連立方程式の利用(1)

● 解の問題

<例1>

次の連立方程式の解が、 $x=2, y=-1$ のとき
 a, b の値を求めましょう。

$$\begin{cases} ax + by = 5 & \dots \text{①} \\ 2ax + by = 7 & \dots \text{②} \end{cases}$$

それぞれの式に
 $x=2, y=-1$ を
 代入して、 a と b
 についての連立
 方程式を作り出す

①の式に $x=2, y=-1$ を代入して $2a - b = 5 \dots \text{①}'$

②の式に 代入して $2 \times a \times \underbrace{2}_x + b \times \underbrace{(-1)}_y = 7 \quad 4a - b = 7 \dots \text{②}'$

$$\begin{cases} 2a - b = 5 \\ 4a - b = 7 \end{cases} \quad \text{この連立方程式を解きます。}$$

* 解いてみましょう。

答 $a = \square, b = \square$

問1

連立方程式 $\begin{cases} ax - by = -13 \\ bx + ay = 1 \end{cases}$ の解が、

$x = -1, y = 2$ であるとき、 a, b の値を求めましょう。

2章 連立方程式

2-3 連立方程式の利用(1)

● 解の問題

<例1> 次の連立方程式の解が、 $x=2, y=-1$ のとき
 a, b の値を求めよう。

$$\begin{cases} ax + by = 5 & \dots \textcircled{1} \\ 2ax + by = 7 & \dots \textcircled{2} \end{cases}$$

それぞれの式に
 $x=2, y=-1$ を
 代入して、 a と b
 についての連立
 方程式を作り出す

①の式に $x=2, y=-1$ を代入して $2a - b = 5 \dots \textcircled{1}'$

②の式に 代入して $2 \times a \times \underset{x}{2} + b \times \underset{y}{(-1)} = 7 \quad 4a - b = 7 \dots \textcircled{2}'$

$$\begin{cases} 2a - b = 5 \\ 4a - b = 7 \end{cases} \quad \text{この連立方程式を解きます。}$$

* 解いてみましょう。

$$\begin{array}{r} 2a - b = 5 \\ \rightarrow 4a - b = 7 \\ \hline -2a = -2 \end{array}$$

$a = 1$

$$\begin{array}{r} 2 - b = 5 \\ -b = 3 \\ b = -3 \end{array}$$

答 $a = \boxed{1}, b = \boxed{-3}$

問1

連立方程式 $\begin{cases} ax - by = -13 \\ bx + ay = 1 \end{cases}$ の解が、

$x = -1, y = 2$ であるとき、 a, b の値を求めよう。

$$\begin{cases} -a - 2b = -13 \\ -b + 2a = 1 \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} -b + 6 = 1 \\ b = 5 \end{array}$$

$$-a - 2b = -13$$

$$\rightarrow 4a - 2b = 2$$

$$\hline -5a = -15$$

$a = 3$

$a = 3, b = 5$

● 代金・個数の問題

<例2>

1本50円の鉛筆と1本100円のボールペンを合わせて
10本買い、代金として700円払いました。鉛筆、
ボールペンをそれぞれ何本買いましたか。

鉛筆を x 本, ボールペンを y 本
買ったとする。

① 何を x, y とするか
決める。

本数から $\square + \square = 10$

② 等しい関係を2つ

代金から $\square + \square = 700$

見つけて連立方程式を作る

この連立方程式を解いて、答えを求めましょう。

答 鉛筆 \square 本, ボールペン \square 本

問2

りんご4個とみかん6個の代金は1080円,

りんご3個とみかん2個の代金は610円です。

りんご1個, みかん1個の値段をそれぞれ求めましょう。

● 代金：個数の問題

<例2>

1本50円の鉛筆と1本100円のボールペンを合わせて10本買い、代金として700円払いました。鉛筆、ボールペンをそれぞれ何本買いましたか。

鉛筆を x 本, ボールペンを y 本買ったとする。

① 何を x, y とするか決める。

本数から $x + y = 10$

② 等しい関係を2つ

代金から $50x + 100y = 700$

見つけて連立方程式を作る

この連立方程式を解いて、答えを求めましょう。

$$\begin{array}{r} 100x + 100y = 1000 \\ \rightarrow 50x + 100y = 700 \\ \hline 50x \qquad \qquad = 300 \\ x = 6 \\ y = 4 \end{array}$$

答 鉛筆 6 本, ボールペン 4 本

問2

りんご4個とみかん6個の代金は1080円,

りんご3個とみかん2個の代金は610円です。

りんご1個, みかん1個の値段をそれぞれ求めましょう。

りんご1個 x 円, みかん1個 y 円とする

$$\begin{cases} 4x + 6y = 1080 \\ 3x + 2y = 610 \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} 4x + 6y = 1080 \\ 4x + 2y = 610 \\ \hline 2y = 470 \\ y = 235 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4x + 6y = 1080 \\ \rightarrow 9x + 6y = 1830 \\ \hline -5x \qquad \qquad = -750 \\ x = 150 \end{array}$$

りんご 150円, みかん 80円

● 速さの問題

<例3>

A地から2000m離れたB地まで行くのに、途中のC地までは分速60mで歩き、その後C地からB地までは分速80mで歩いたところ、全体で30分かかりました。

A地からC地、C地からB地までの道のりを求めよう。

AC間の道のりを x m,

CB間の道のりを y m とすると

道のりの関係から

$$\square + \square = 2000 \dots ①$$

時間の関係から

$$\square + \square = 30 \dots ②$$

この①、②で連立方程式を作って、答えを求めよう。

表をうめよう。

	A~C	C~B	全体
道のり(m)	x	y	2000
速さ(m/min)	60	80	/
時間(分)			30

(時間) = $\frac{\text{(道のり)}}{\text{(速さ)}}$

A地からC地 \square m, C地からB地 \square m

問3) A町から51km離れたB町へ行くのに、はじめは時速30kmのバスで行き、残りを時速4kmで歩いたら、全体で3時間かかった。バスで行った道のりと、歩いた道のりをそれぞれ求めよう。

● 速さの問題

<例3>

A地から2000m離れたB地まで行くのに、途中のC地までは分速60mで歩き、その後C地からB地までは分速80mで歩いたところ、全体で30分かかりました。

A地からC地、C地からB地までの道のりを求めよう。

AC間の道のりを x m,

CB間の道のりを y m とすると

道のりの関係から

$$\boxed{x} + \boxed{y} = 2000 \dots ①$$

時間の関係から

$$\boxed{\frac{x}{60}} + \boxed{\frac{y}{80}} = 30 \dots ②$$

表をうめよう。

	A~C	C~B	全体
道のり(m)	x	y	2000
速さ(m/min)	60	80	/
時間(分)	$\frac{x}{60}$	$\frac{y}{80}$	30

(時間) = $\frac{\text{(道のり)}}{\text{(速さ)}}$

この①、②で連立方程式を作って、答えを求めよう。

$$① \times 3 \quad 3x + 3y = 6000$$

$$② \times 240 \rightarrow 4x + 3y = 7200$$

$$\underline{-x} \quad = -1200$$

$$x = 1200$$

$$1200 + y = 2000$$

$$y = 800$$

A地からC地 $\boxed{1200}$ m, C地からB地 $\boxed{800}$ m

問3

A町から51km離れたB町へ行くのに、はじめは時速30kmのバスで行き、残りを時速4kmで歩いたら、全体で3時間かかった。バスで行った道のりと、歩いた道のりをそれぞれ求めよう。

バスで行った道のり x km, 歩いた道のり y km とする

$$\begin{cases} x + y = 51 & \dots ① \\ \frac{x}{30} + \frac{y}{4} = 3 & \dots ② \end{cases}$$

$$① \times 2 \quad 2x + 2y = 102$$

$$② \times 60 \rightarrow 2x + 15y = 180$$

$$\underline{-13y} = -78$$

$$y = 6$$

$$x = 45$$

バス .. 45km, 歩き .. 6km

補充問題 A

1 連立方程式 $\begin{cases} ax + 2y = 4 \\ bx + ay = 19 \end{cases}$ の解が $x = -2, y = 5$ のとき、
 a, b の値を求めなさい。

2 1本 60円の鉛筆と 1本 150円のボールペンを何本か買おうと思い、
ちょうど代金にあたる 1200円を持って行きました。しかし、
鉛筆とボールペンの本数をとりかえて買ってしまったので
90円余りました。はじめに買おうとした鉛筆とボールペンの
本数をそれぞれ求めなさい。

3 家から 960m 離れた学校へ行くのに、はじめは分速 60m の速さで
歩きましたが、途中から分速 120m の速さで走ったら、全体で 13分
かかりました。歩いた道のりと、走った道のりをそれぞれ求めなさい。

補充問題 A

1 連立方程式 $\begin{cases} ax + 2y = 4 \\ bx + ay = 19 \end{cases}$ の解が $x = -2, y = 5$ のとき,

a, b の値を求めなさい。

$$\begin{array}{rcl} -2a + 10 = 4 & & -2b + 3 \times 5 = 19 \\ -2a = -6 & & -2b = 4 \\ \underline{a = 3} & & \underline{b = -2} \end{array}$$

2 1本 60円の鉛筆と1本 150円のボールペンを何本か買おうと思い、ちょうど代金にあたる 1200円を持って行きました。しかし、鉛筆とボールペンの本数をとりかえて買ってしまったので 90円 余りました。はじめに買おうとした鉛筆とボールペンの本数をそれぞれ求めなさい。

$$\begin{cases} 60x + 150y = 1200 \\ 60y + 150x = 1200 - 90 \end{cases} \quad x = 5, y = 6$$

3 家から 960m 離れた学校へ行くのに、はじめは分速 60m の速さで歩きましたが、途中から分速 120m の速さで走ったら、全体で 13分 かかりました。歩いた道のりと、走った道のりをそれぞれ求めなさい。

$$\begin{cases} x + y = 960 \\ \frac{x}{60} + \frac{y}{120} = 13 \end{cases} \quad \begin{array}{r} x + y = 960 \\ \rightarrow 2x + y = 1560 \\ \underline{-x} \quad \underline{= -600} \\ x = 600, y = 360 \end{array}$$

歩いた道あり 600m, 走った道あり 360m

補充問題 B

1 2けたの自然数がある。この自然数は、一の位の数の5倍より2大きい。また、十の位の数字と一の位の数字を入れかえてできる数は、もとの数より36大きい。もとの自然数を求めなさい。

2 周囲が3600mの池があります。この池を、Aは自転車で、Bは徒歩でまわります。同じところを同時に出発して、反対の方向にまわると15分後に出会います。また、同じ方向にまわるとAはBに30分後に追いつきます。
A, B それぞれの速さは毎分何mですか。

補充問題 B

1 2けたの自然数がある。①この自然数は、一の位の数の5倍より2大きい。また②十の位の数字と一の位の数字を入れかえてできる数は、もとの数より36大きい。もとの自然数を求めなさい。
もとの自然数の十の位を x 、一の位を y とする。

①より $10x + y = 5y + 2$

②より $10y + x = 10x + y + 36$

$x = 3, y = 7$

37

2 周囲が3600mの池があります。この池を、Aは自転車でBは徒歩でまわります。同じところを同時に出発して、反対の方向にまわると15分後に出会います。また、同じ方向にまわるとAはBに30分後に追いつきます。

A, B それぞれの速さは毎分何mですか。

A... 毎分 x m, B... 毎分 y m とする

$$\begin{cases} 15(x+y) = 3600 & \text{---①---} \rightarrow A \text{ と } B \text{ 合わせて } 3600\text{m} \\ 30(x-y) = 3600 & \text{---②---} \rightarrow A \text{ と } B \text{ の 差が } 3600\text{m} \end{cases}$$

① $\div 15$ $x + y = 240$

② $\div 30$ $+) x - y = 120$

$2x = 360$

$x = 180$

$y = 60$

A... 毎分180m, B... 毎分60m