5章 三角形と四角形　5-1 二等辺三角形

● 二等辺三角形

定義 ---- 2辺が等しい三角形を二等辺三角形という.

ことばの意味をはっきりさせたものを定義という.

二等辺三角形では2つの角が等しいという性質があります.

＊ 右の△ABCは二等辺三角形です.

∠Aの二等分線をひき, BCとの交点をDとする.

△ABDと△ACDにおいて

仮定より　AB = [　　　]　← 定義は仮定に使えます

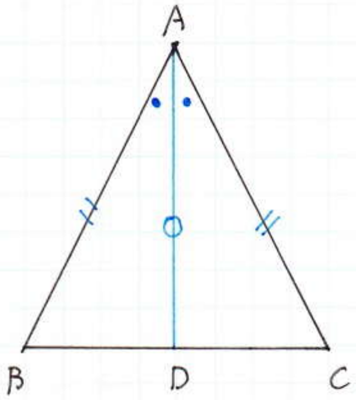
∠BAD = [　　　]　← ∠Aの二等分線

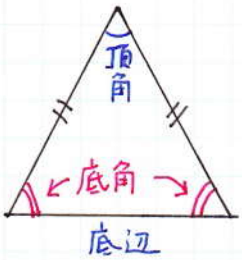
ADは共通

[　　　　　　　　] がそれぞれ等しいから

△ABD ≡ △ACD

したがって　∠B = ∠C　← 二等辺三角形の2つの角が等しいことを証明





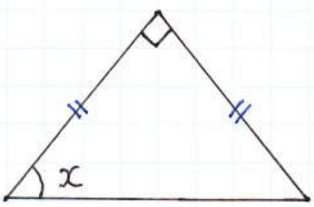
二等辺三角形で, 長さの等しい2辺の間の角を頂角, 頂角に対する辺を底辺, 底辺の両端の角を底角という.

定理　二等辺三角形の底角は等しい

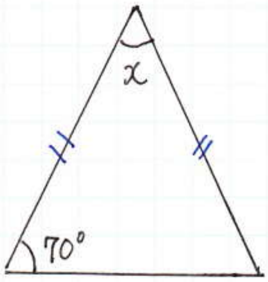
証明されたことがらで, よく使うものを定理という.

1　次の二等辺三角形で, ∠xの大きさを求めなさい。

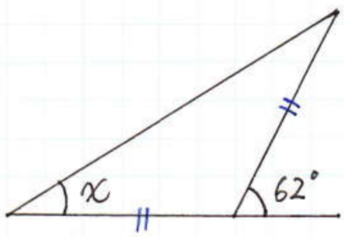
(1)



(2)



(3)



5章 三角形と四角形　5-1 二等辺三角形

● 二等辺三角形

定義 …… 2辺が等しい三角形を二等辺三角形という。

ことばの意味をはっきりさせたものを定義という。

二等辺三角形では 2つの角が等しい という性質があります。

＊ 右の △ABC は二等辺三角形です。

∠A の二等分線をひき，BC との交点を D とする。

△ABD と △ACD において

仮定より　AB = [AC] ← 定義は仮定に使えます

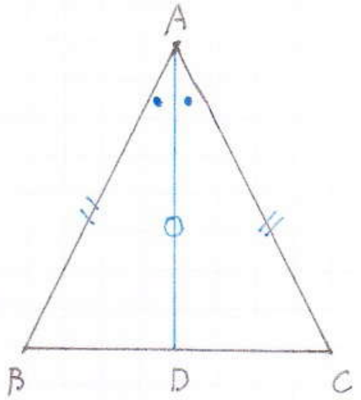
∠BAD = [∠CAD] ← ∠A の二等分線

AD は共通

[2組の辺とその間の角] がそれぞれ等しいから

△ABD ≡ △ACD

したがって　∠B = ∠C ← 二等辺三角形の2つの角が等しいことを証明



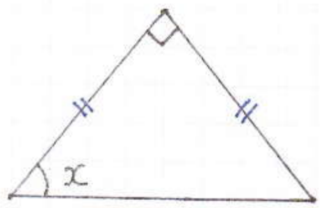
二等辺三角形で，長さの等しい2辺の間の角を頂角，頂角に対する辺を底辺，底辺の両端の角を底角という。

定理　二等辺三角形の底角は等しい

証明されたことがらで，よく使うものを定理という。

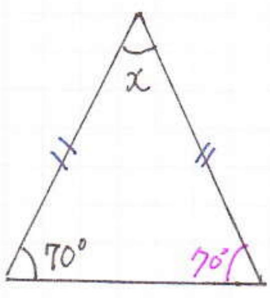
1　次の二等辺三角形で，∠x の大きさを求めなさい。

(1)



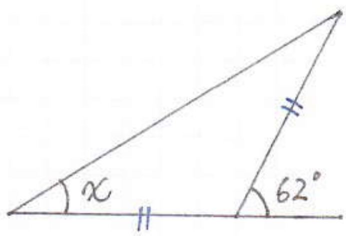
∠x = 45°

(2)



∠x = 40°

(3)

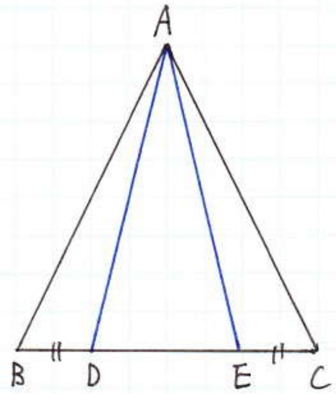


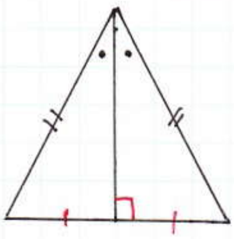
∠x = 31°

2 右は AB＝AC の二等辺三角形である。

BD＝CE ならば AD＝AE である。

このことを証明しなさい。





もう1つの定理

定理　二等辺三角形の頂角の二等分線は底辺を垂直に二等分する

定理の逆

ある定理の仮定と結論を入れかえたものを，その定理の逆という。

正しいことの逆はいつでも正しいとは限らない。

「$\triangle ABD \equiv \triangle DEF$ ならば $\angle A = \angle D$ である」

逆…「$\angle A = \angle D$ ならば $\triangle ABD \equiv \triangle DEF$ である」

一組の角が等しいだけでは合同といえないので 正しいとは限らない。

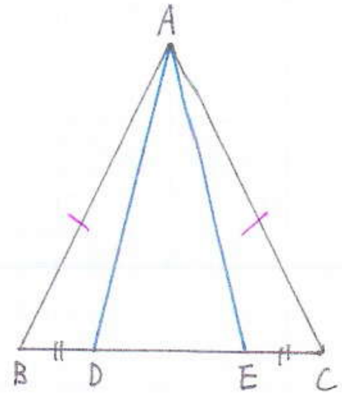
3 次の(1),(2)について，それぞれの逆をいいなさい。

また，それが正しいかどうかもいいなさい。

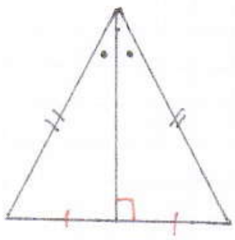
(1) $x \geqq 5$ ならば $x > 1$

(2) 正三角形の3つの角は等しい。

2 右は AB＝ACの二等辺三角形である。
BD＝CE ならば AD＝AE である。
このことを証明しなさい。



△ABDと△ACEにおいて
仮定より　AB＝AC
　　　　　BD＝CE
底角は等しいので　∠B＝∠C
2組の辺とその間の角がそれぞれ等しいから
△ABD≡△ACE
よって　AD＝AE



もう1つの定理

定理　二等辺三角形の頂角の二等分線は底辺を垂直に二等分する

数2-5-1(4)

定理の逆

ある定理の仮定と結論を入れかえたものを，その定理の逆という。
正しいことの逆は いつでも正しいとは限らない。

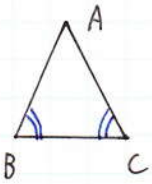
「△ABD≡△DEF ならば ∠A＝∠D である」
逆……「∠A＝∠D ならば △ABD≡△DEF である」
一組の角が等しいだけでは合同といえないので 正しいとは限らない。

3 次の(1),(2)について，それぞれの逆をいいなさい。
また，それが正しいかどうかもいいなさい。

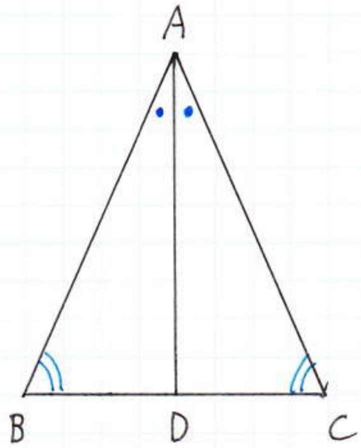
(1) $x \geqq 5$ ならば $x > 1$
$x > 1$ ならば $x \geqq 5$　正しくない

(2) 正三角形の3つの角は等しい。
三角形で3つの角が等しい ならば 正三角形　正しい

定理「二等辺三角形の底角は等しい」の逆が正しいか
調べてみましょう。



∠B = ∠C ならば AB = AC を証明



∠A の二等分線をひき，BC との交点を D とする。

△ABD と △ACD において

仮定より　∠B = [　　]　…①

∠BAD = [　　]　…②

三角形の内角の和は 180° だから
残りの角も等しいので

∠ADB = [　　]　…③

また　AD は共通　…④

②，③，④より [　　　　　　] がそれぞれ等しいので

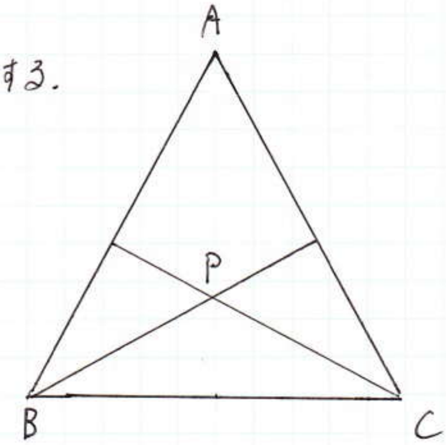
△ABD ≡ △ACD

したがって　AB = [　　]　逆は正しい

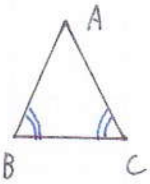
二等辺三角形になるための条件

2つの角が等しい三角形は，二等辺三角形である。

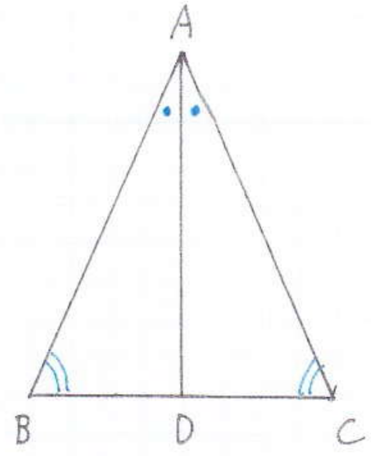
4　二等辺三角形 ABC で，底角 ∠B，∠C の
それぞれの二等分線をひき，その交点を P とする。
このとき △PBC は二等辺三角形になる
ことを証明しなさい。



定理「二等辺三角形の底角は等しい」の逆が正しいか
調べてみましょう。



∠B＝∠C ならば AB＝AC を証明



∠Aの二等分線をひき，BCとの交点をDとする。

△ABDと△ACDにおいて

仮定より　∠B＝[∠C] …①

∠BAD＝[∠CAD] …②

三角形の内角の和は180°だから
残りの角も等しいので

∠ADB＝[∠ADC] …③

また　ADは共通 …④

②，③，④より[1組の辺とその両端の角]がそれぞれ等しいので

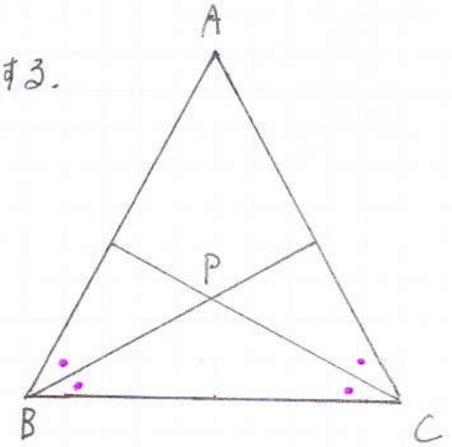
△ABD≡△ACD

したがって　AB＝[AC]　逆は正しい

二等辺三角形になるための条件

2つの角が等しい三角形は，二等辺三角形である。

4　二等辺三角形ABCで，底角∠B，∠Cのそれぞれの二等分線をひき，その交点をPとする。このとき△PBCは二等辺三角形になることを証明しなさい。



二等辺三角形の底角は等しいので

∠ABC＝∠ACB …①

仮定より

∠ABP＝∠PBC …②
∠ACP＝∠PCB …③

①，②，③より　∠PBC＝∠PCB

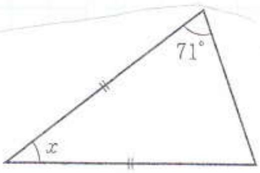
△PBCで2つの角が等しいから△PBCは二等辺三角形になる

補充問題A

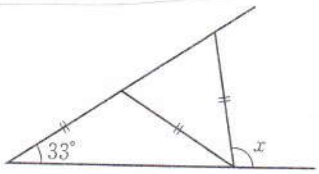
1

下の図で，同じ印をつけた辺の長さは等しいとして，
$\angle x$の大きさを求めなさい。

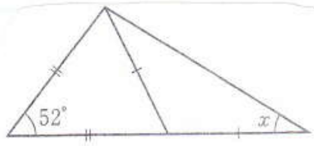
(1)



(2)



(3)



2

次のそれぞれの逆をいいなさい。またそれが正しいかどうかもいいなさい。

(1) $\triangle ABC \equiv \triangle PQR$ ならば $BC = QR$

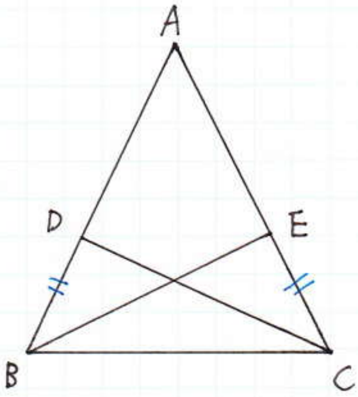
(2) $\triangle ABC$ で $\angle B = \angle C$ ならば $AB = AC$

(3) 整数 a, b で，a も b も偶数ならば $a+b$ は偶数である.

数2-5-1A(2)

3

$AB = AC$ の二等辺三角形がある。
$DB = EC$ ならば $\angle BDC = \angle CEB$ である.
次の問いに答えなさい。



(1) どの三角形とどの三角形の合同を示せばよいか。

(2) $\angle BDC = \angle CEB$ であることを証明しなさい。

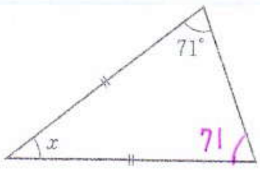
補充問題A

数2-5-1A(1

1 下の図で，同じ印をつけた辺の長さは等しいとして，

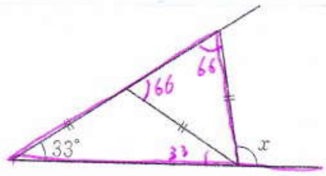
$\angle x$の大きさを求めなさい。

(1)



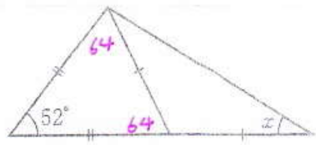
$\angle x = 38°$

(2)



$\angle x = 99°$

(3)



$\angle x = 32°$

2 次のそれぞれの逆をいいなさい。またそれが正しいかどうかもいいなさい。

(1) $\triangle ABC \equiv \triangle PQR$ ならば $BC = QR$

$BC = QR$ ならば $\triangle ABC \equiv \triangle PQR$ 　正しくない

(2) $\triangle ABC$ で $\angle B = \angle C$ ならば $AB = AC$

$\triangle ABC$ で $AB = AC$ ならば $\angle B = \angle C$ 　正しい

(3) 整数 a, b で，a も b も偶数ならば $a+b$ は偶数である.

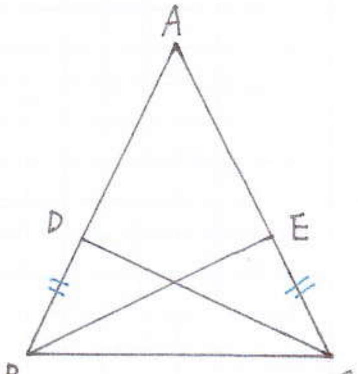
整数 a, b で $a+b$ が偶数ならば a も b も偶数である. 　正しくない

数2-5-1A(2

3 $AB = AC$の二等辺三角形がある。

$DB = EC$ ならば $\angle BDC = \angle CEB$ である.

次の問いに答えなさい。



(1) どの三角形とどの三角形の合同を示せばよいか。

$\triangle BDC$ と $\triangle CEB$

(2) $\angle BDC = \angle CEB$ であることを証明しなさい。

$\triangle BDC$ と $\triangle CEB$ において

仮定より　$DB = EC$ …①

底角は等しいから　$\angle DBC = \angle ECB$ …②

BCは共通 …③

①，②，③より

2組の辺とその間の角がそれぞれ等しいので

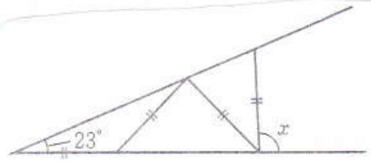
$\triangle BDC \equiv \triangle CEB$

よって　$\angle BDC = \angle CEB$

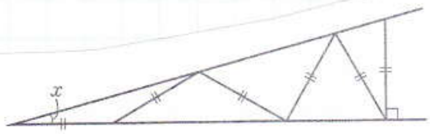
補充問題B

1 下の図で，同じ印をつけた辺の長さは等しいとして∠xの大きさを求めなさい。

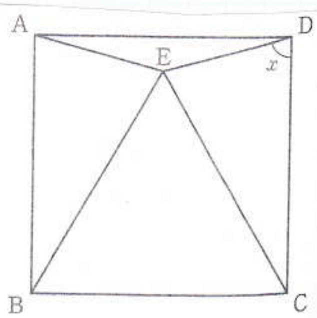
(1)



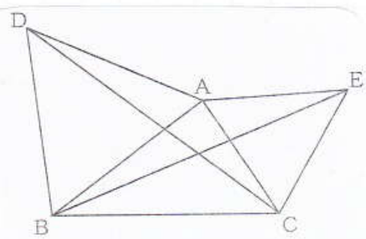
(2)



2 右の図で，四角形ABCDは正方形で，△EBCが正三角形であるとき，∠xの大きさを求めなさい。



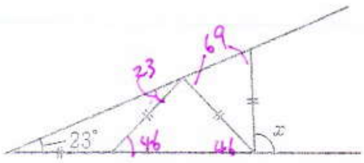
3 右の図で，△ABD，△ACEはどちらも正三角形である。このとき，DC＝BEであることを証明せよ。



補充問題B

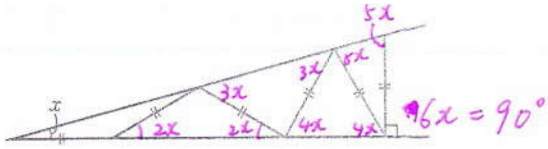
1 下の図で，同じ印をつけた辺の長さは等しいとして∠xの大きさを求めなさい。

(1)



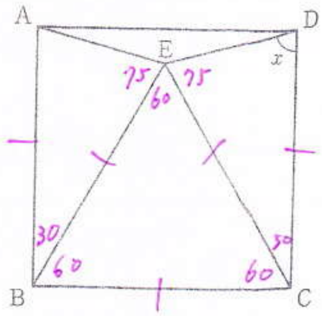
∠x = 92°

(2)



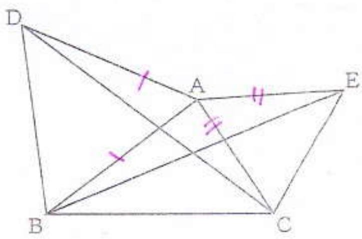
∠x = 15°

2 右の図で，四角形ABCDは正方形で，△EBCが正三角形であるとき，∠xの大きさを求めなさい。



∠x = 75°

3 右の図で，△ABD，△ACEはどちらも正三角形である。このとき，DC = BEであることを証明せよ。



△ADCと△ABEにおいて

AD = AB …①

AC = AE …②

∠DAC = 60° + ∠BAC …③

∠BAE = 60° + ∠BAC …④

③,④より　∠DAC = ∠BAE …⑤

①,②,⑤より　2組の辺とその間の角がそれぞれ等しいから

△ADC ≡ △ABE

よって　DC = BE