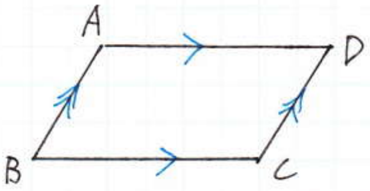
5章 三角形と四角形　5-3 平行四辺形

四角形の向かい合う辺を対辺，向かい合う角を対角という．

平行四辺形の定義

2組の対辺がそれぞれ平行な四角形

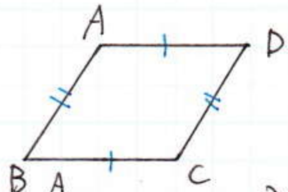
AB∥CD，AD∥BC



平行四辺形の性質

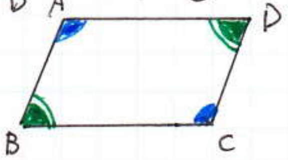
定理 ① 2組の対辺はそれぞれ等しい

AB＝CD，AD＝BC



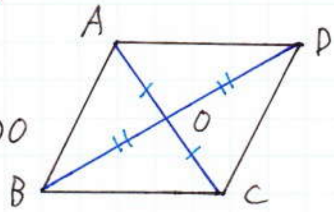
② 2組の対角はそれぞれ等しい

∠A＝∠C，∠B＝∠D



③ 対角線はそれぞれの中点で交わる

AO＝CO，BO＝DO

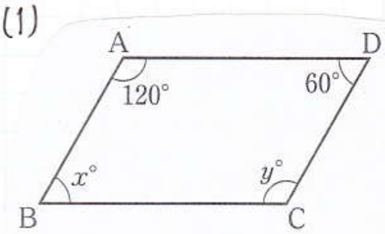


数2-5-3(2)

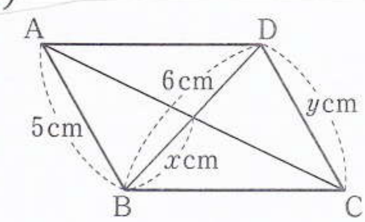
1 下の(1)，(2)の▱ABCDで，x，yの値を求めなさい。また，そのときに使った平行四辺形の性質をいいなさい。

平行四辺形ABCDを▱ABCDと表すことがあります

(1)



(2)



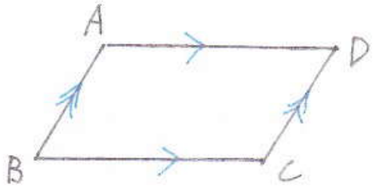
5章 三角形と四角形　5-3 平行四辺形

四角形の向かい合う辺を対辺，向かい合う角を対角という。

平行四辺形の定義

2組の対辺がそれぞれ平行な四角形

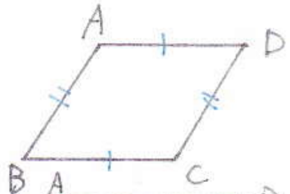
$AB /\!/ CD,\ AD /\!/ BC$



平行四辺形の性質

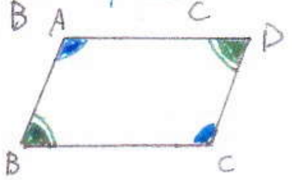
定理 ① 2組の対辺はそれぞれ等しい

$AB = CD,\ AD = BC$



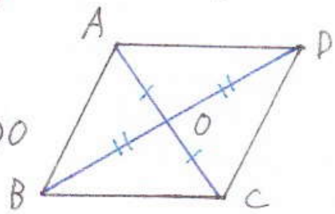
② 2組の対角はそれぞれ等しい

$\angle A = \angle C,\ \angle B = \angle D$



③ 対角線はそれぞれの中点で交わる

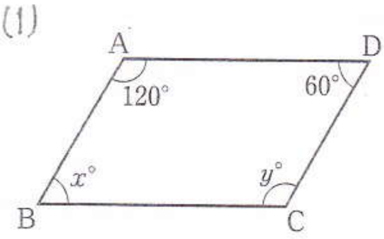
$AO = CO,\ BO = DO$



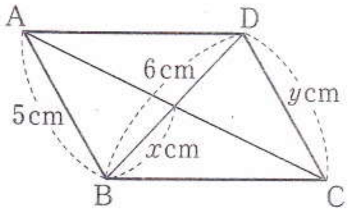
1 下の(1),(2)の▱ABCDで，x，yの値を求めなさい。また，そのときに使った平行四辺形の性質をいいなさい。

平行四辺形ABCDを▱ABCDと表すことがあります

(1)



(2)



$\angle x = 60°$

$\angle y = 120°$

対角は等しい

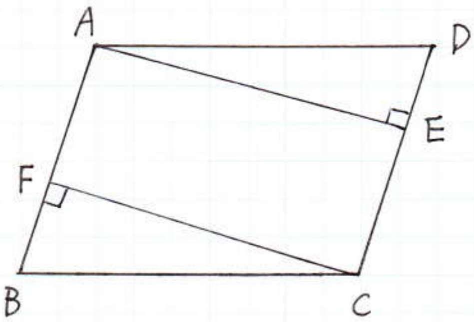
$x = 3\text{cm}$

対角線は中点で交わる

$y = 5\text{cm}$

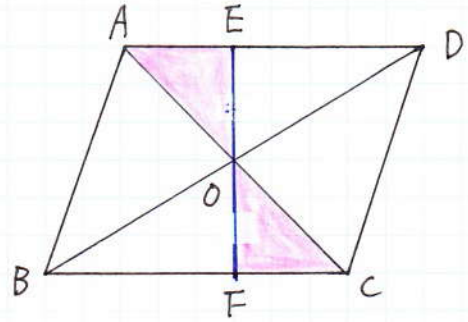
対辺は等しい

2 右の図の▱ABCDで，点A，Cから辺CD，AB上に垂線AE，CFをひきます。このとき，AE＝CFとなることを証明しなさい。

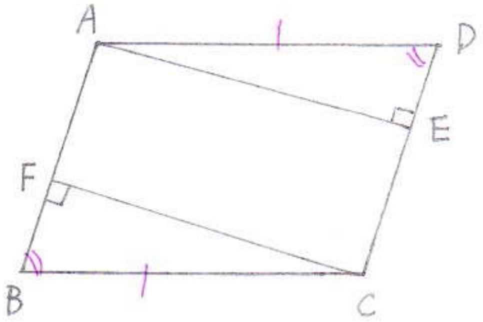


直角三角形の合同条件を使うよ！

3 ▱ABCDの対角線の交点をOとし，Oを通る直線がAD，BCと交わる点をE，Fとすると，OE＝OFとなります。このことを証明しなさい。



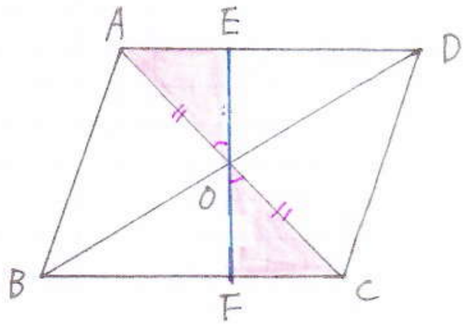
2 右の図の ▱ABCDで，点A，Cから辺CD，AB上に垂線AE，CFをひきます。このとき，AE＝CFとなることを証明しなさい。



直角三角形の合同条件を使うよ！

△AEDと△CFBにおいて
対辺は等しいので AD＝CB …①
対角は等しいので ∠D＝∠B …②
仮定より ∠AED＝∠CFB＝90° …③
①，②，③より
直角三角形で，斜辺と1つの鋭角がそれぞれ等しいので
△AED≡△CFB
よって AE＝CF

3 ▱ABCDの対角線の交点をOとし，Oを通る直線がAD，BCと交わる点をE，Fとすると，OE＝OFとなります。このことを証明しなさい。



△AOEと△COFにおいて
対角線は中点で交わるので
AO＝CO …①
対頂角は等しいので
∠AOE＝∠COF …②
AD//BCより
∠OAE＝∠OCF …③
①，②，③より
1組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいので
△AOE≡△COF
したがって OE＝OF

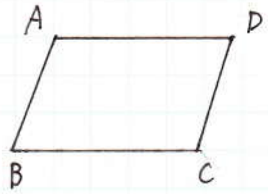
平行四辺形になるための条件

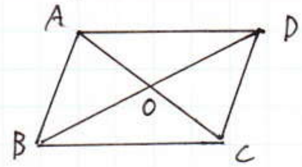
次のどれかが成りたてば，四角形は平行四辺形である．

① 2組の対辺がそれぞれ平行である。…定義
② 2組の対辺がそれぞれ等しい。
③ 2組の対角がそれぞれ等しい。
④ 対角線がそれぞれの中点で交わる．
⑤ 1組の対辺が平行で，その長さが等しい。 1つ追加がコレ！

②〜④は
平行四辺形の性質
（定理）

4 次の四角形ABCDで，いつでも平行四辺形になるものは，どれですか。（右図を利用しましょう）

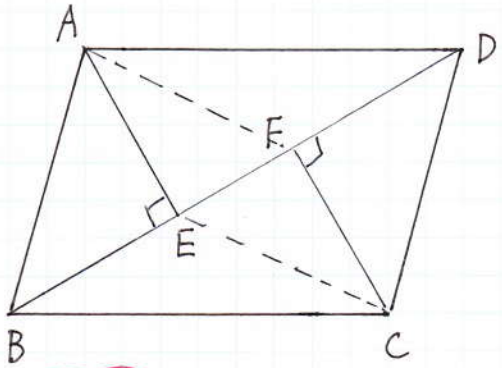




㋐ $AB = DC$, $AD = BC$　　㋑ $\angle A = \angle B$, $\angle C = \angle D$
㋒ $AO = CO$, $BO = DO$　　㋓ $AO = BO$, $CO = DO$
㋔ $AB /\!/ DC$, $AD = BC$　　㋕ $AD /\!/ BC$, $AD = BC$

5 ▱ABCDの頂点A，Cから対角線BDに垂線AE，CFをひくと，四角形AECFは平行四辺形になります。

このことを証明しなさい。



考え方

$AE = CF$
$AE /\!/ CF$
を証明すればよい

平行四辺形になるための条件

次のどれかが成りたてば，四角形は平行四辺形である．

① 2組の対辺がそれぞれ平行である。… 定義

② 2組の対辺がそれぞれ等しい。

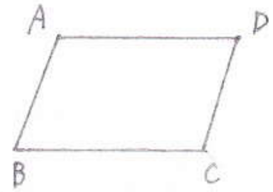
③ 2組の対角がそれぞれ等しい。

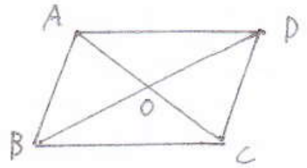
④ 対角線がそれぞれの中点で交わる。

⑤ 1組の対辺が平行で，その長さが等しい。 ← 1つ追加がコレ！

②〜④は
平行四辺形の性質
（定理）

4 次の四角形ABCDで，いつでも平行四辺形になるものは，どれですか。（右図を利用しましょう）





㋐ AB = DC，AD = BC　　㋑ ∠A = ∠B，∠C = ∠D

㋒ AO = CO，BO = DO　　㋓ AO = BO，CO = DO

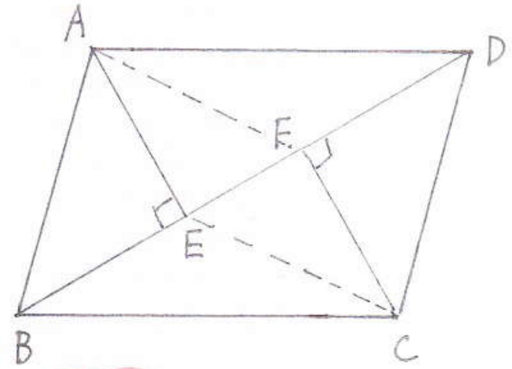
㋔ AB // DC，AD = BC　　㋕ AD // BC，AD = BC

㋐，㋒，㋕

数 2-5-3(6)

5 ▱ABCDの頂点A，Cから対角線BDに垂線AE，CFをひくと，四角形AECFは平行四辺形になります。

このことを証明しなさい。



考え方
AE = CF
AE // CF
を証明すればよい

△ABEとCDFにおいて

AB = DC（対辺）…①

∠AEB = ∠CFD = 90° …②

∠ABE = ∠CDF（平行線の錯角）…③

①，②，③より

直角三角形で，斜辺と1つの鋭角がそれぞれ等しいから

△ABE ≡ △CDF

よって　AE = CF …④

また　∠AEF = ∠CFE = 90°

錯角が等しいので　AE // CF …⑤

④，⑤より 1組の対辺が平行で，その長さが等しいので

四角形AECFは平行四辺形になります。

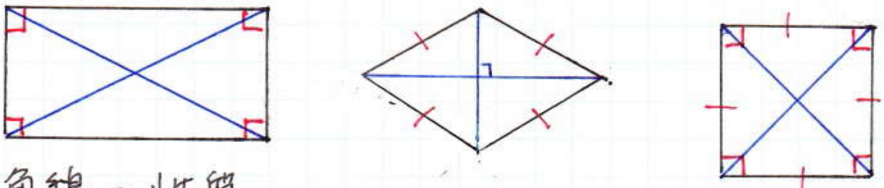
特別な平行四辺形

長方形，ひし形，正方形は，平行四辺形の特別な場合で
すべて平行四辺形の性質をもっている．

長方形の定義 --- 4つの角がすべて直角である四角形

ひし形の定義 --- 4つの辺がすべて等しい四角形

正方形の定義 --- 4つの角がすべて直角で
4つの辺がすべて等しい四角形

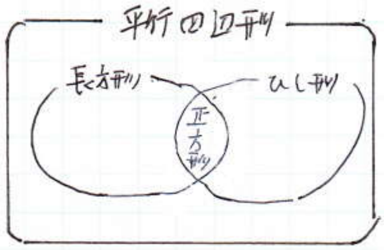


対角線の性質

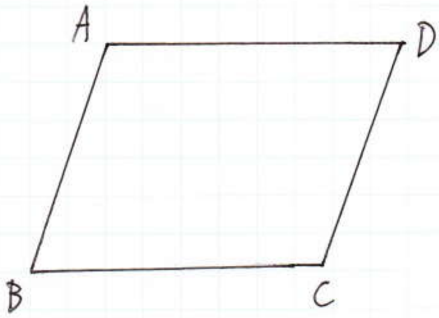
長方形の対角線は等しい

ひし形の対角線は垂直に交わる

正方形の対角線は等しく，垂直に交わる



$\boxed{6}$ ▱ABCDに，次の条件を加えると，
どんな四角形になりますか．



(1) $AB = BC$　　(2) $\angle A = 90°$

(3) $AC = BD$　　(4) $AB = BC$，$\angle A = \angle B$

(5) $AC \perp BD$　　(5) $AC = BD$，$AC \perp BD$

特別な平行四辺形

長方形，ひし形，正方形は，平行四辺形の特別な場合で

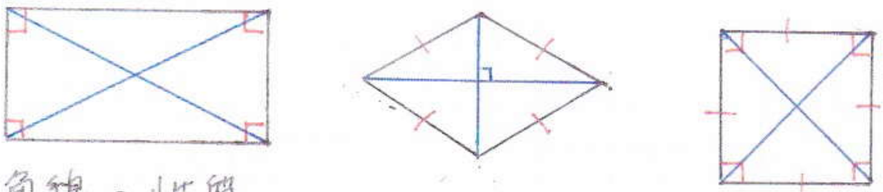
すべて平行四辺形の性質をもっている．

長方形の定義 --- 4つの角がすべて直角である四角形

ひし形の定義 --- 4つの辺がすべて等しい四角形

正方形の定義 --- 4つの角がすべて直角で

4つの辺がすべて等しい四角形

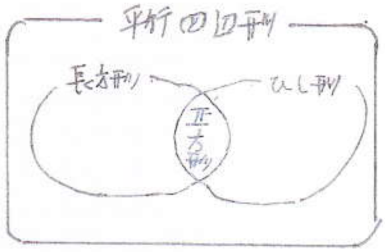


対角線の性質

長方形の対角線は等しい

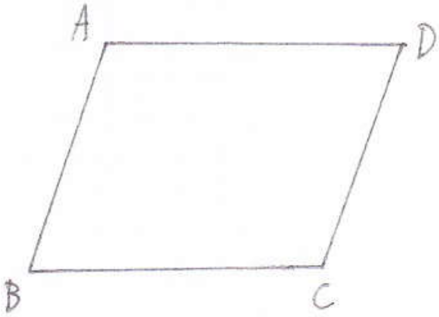
ひし形の対角線は垂直に交わる

正方形の対角線は等しく，垂直に交わる



$\boxed{6}$ ▱ABCDに，次の条件を加えると，

どんな四角形になりますか．



(1) $AB = BC$

ひし形

(2) $\angle A = 90^\circ$

長方形

(3) $AC = BD$

長方形

(4) $AB = BC$，$\angle A = \angle B$

正方形

(5) $AC \perp BD$

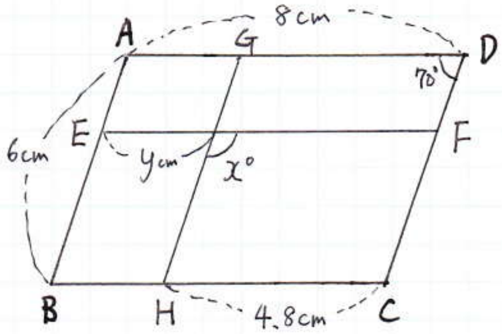
ひし形

(5) $AC = BD$，$AC \perp BD$

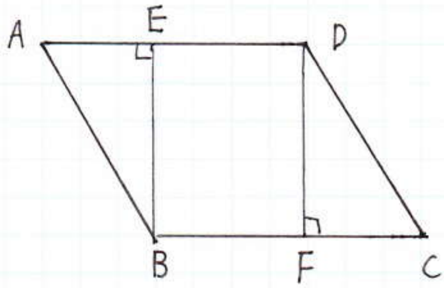
正方形

補充問題

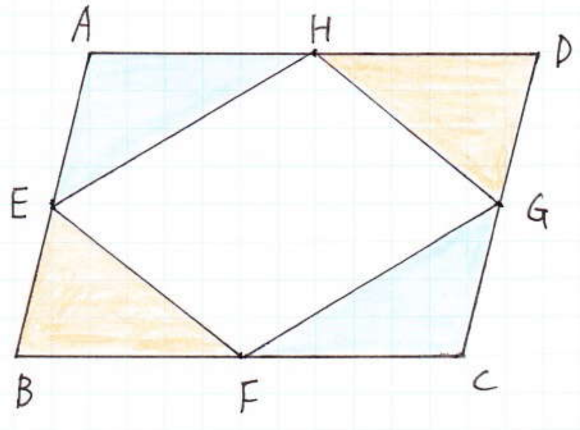
1　右の▱ABCDで、AB//GH、AD//EF
のとき、x、yの値を求めなさい。



2　▱ABCDの頂点B、Dから垂線BE、DF
をひくとき、AE＝CFである。
このことを証明しなさい。

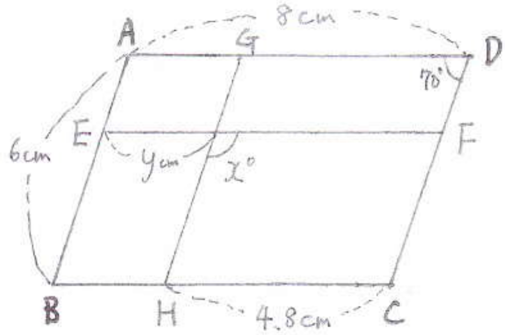


3　▱ABCDにおいて、各辺の中点を
それぞれE、F、G、Hとするとき、四角形
EFGHは平行四辺形になる。
このことを証明しなさい。



補充問題

1 右の▱ABCDで，AB∥GH，AD∥EF のとき，x，y の値を求めなさい。

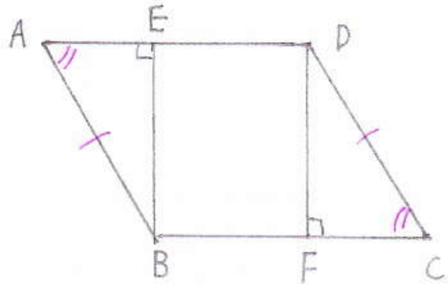


x … 110°

y … 3.2cm

2 ▱ABCDの頂点B，Dから垂線BE，DF をひくとき，AE＝CFである。

このことを証明しなさい。



△AEBと△CFDにおいて

AB＝CD（対辺）

∠A＝∠C（対角）

∠AEB＝∠CFD＝90°

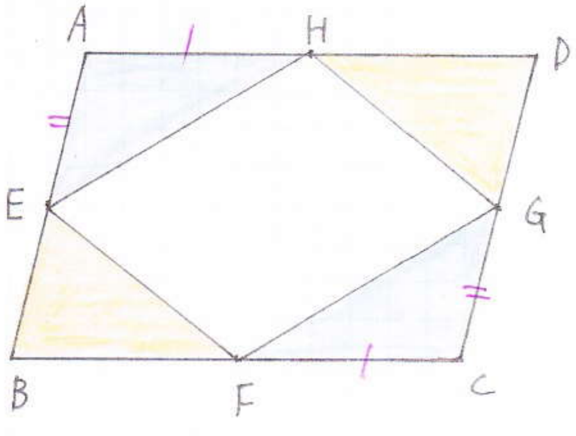
直角三角形で，斜辺と1つの鋭角がそれぞれ等しいので

△AEB≡△CFD

よって AE＝CF

3 ▱ABCDにおいて，各辺の中点をそれぞれE，F，G，Hとするとき，四角形EFGHは平行四辺形になる。

このことを証明しなさい。



△AEHと△CGFにおいて

AD＝CB（対辺）…①

AH＝DH（仮定）…②

CF＝BF（仮定）…③

①，②，③より

AH＝CF …④

また

AB＝CD（対辺）…⑤

AE＝BE …⑥

CG＝DG …⑦

⑤，⑥，⑦より

AE＝CG …⑧

∠A＝∠C（対角）…⑨

④，⑧，⑨より

2組の辺とその間の角がそれぞれ等しい

△AEH≡△CGF

よって EH＝GF …⑩

同様に △BFE≡△DHG より

EF＝GH …⑪

⑩，⑪より 四角形EFGHで

2組の対辺がそれぞれ等しいから

四角形EFGHは平行四辺形になる。