

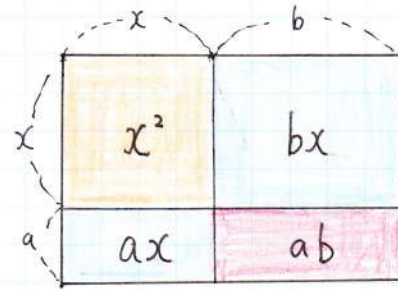
1章 多項式 1-2 乗法公式

数3-1-2(1)

● $(x+a)$ と $(x+b)$ の積

$(x+a)(x+b)$ を展開すると

$$\begin{aligned}(x+a)(x+b) \\ &= x^2 + bx + ax + ab \\ &= x^2 + \underbrace{(a+b)}_{\text{和}}x + \underbrace{ab}_{\text{積}}\end{aligned}$$



これを利用して、一気に展開しよう。

例1

(1) $(x+2)(x+7)$

$$= x^2 + \underbrace{(2+7)}_{\text{和}}x + \underbrace{2 \times 7}_{\text{積}}$$

$$= \boxed{}$$

(2) $(x+3)(x-4)$

$$= x^2 + \underbrace{(3-4)}_{\text{和}}x + \underbrace{3 \times (-4)}_{\text{積}}$$

$$= \boxed{}$$

数3-1-2(2)

1 次の式を展開しなさい。(一気に答えにもっていく!)

(1) $(x+1)(x+3)$

(2) $(x+2)(x+5)$

(3) $(x+4)(x+7)$

(4) $(x+4)(x-2)$

(5) $(x-4)(x+5)$

(6) $(y-3)(y+9)$

(7) $(x-1)(x-2)$

(8) $(x-3)(x-4)$

(9) $(y-5)(y-8)$

(10) $(a-8)(a+5)$

(11) $(m+3)(m+5)$

(12) $(6+x)(x-3)$

$$\text{公式1} \quad (x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$$

1章 多項式 1-2 乗法公式

数3-1-2(1)

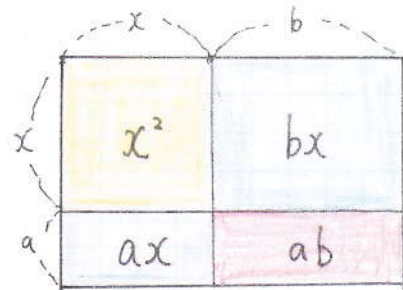
● $(x+a)$ と $(x+b)$ の積

$(x+a)(x+b)$ を展開すると

$$(x+a)(x+b)$$

$$= x^2 + bx + ax + ab$$

$$= x^2 + \underbrace{(a+b)}_{\text{和}}x + \underbrace{ab}_{\text{積}}$$



これを利用して、一気に展開しよう。

例 1

(1) $(x+2)(x+7)$

$$= x^2 + \underbrace{(2+7)}_{\text{和}}x + \underbrace{2 \times 7}_{\text{積}}$$

$$= \boxed{x^2 + 9x + 14}$$

(2) $(x+3)(x-4)$

$$= x^2 + \underbrace{(3-4)}_{\text{和}}x + \underbrace{3 \times (-4)}_{\text{積}}$$

$$= \boxed{x^2 - x - 12}$$

数3-1-2(2)

1 次の式を展開しなさい。(一気に答えにもっていく！)

(1) $(x+1)(x+3)$

$$x^2 + 4x + 3$$

(2) $(x+2)(x+5)$

$$x^2 + 7x + 10$$

(3) $(x+4)(x+7)$

$$x^2 + 11x + 28$$

(4) $(x+4)(x-2)$

$$x^2 + 2x - 8$$

(5) $(x-4)(x+5)$

$$x^2 + x - 20$$

(6) $(y-3)(y+9)$

$$y^2 + 6y - 27$$

(7) $(x-1)(x-2)$

$$x^2 - 3x + 2$$

(8) $(x-3)(x-4)$

$$x^2 - 7x + 12$$

(9) $(y-5)(y-8)$

$$y^2 - 13y + 40$$

(10) $(a-8)(a+5)$

$$a^2 - 3a - 40$$

(11) $(m+3)(m+5)$

$$m^2 + 8m + 15$$

(12) $(6+x)(x-3)$

$$x^2 + 3x - 18$$

$$\boxed{\text{公式 1} \quad (x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab}$$

● 和の平方, 差の平方

$(x+5)(x+5)$ を展開しよう。 答 →

数学では $(x+5)(x+5) = \underline{(x+5)^2}$ と表します。

これを一気に展開する方法を考えよう。

$$\begin{aligned}(x+a)^2 &= (x+a)(x+a) \\ &= x^2 + \underbrace{(a+a)}_{\text{和}}x + \underbrace{a^2}_{\text{積}} \\ &= \underline{x^2 + 2ax + a^2} \quad \leftarrow \text{この公式}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(x-a)^2 &= (x-a)(x-a) \\ &= x^2 + (-a-a)x + a^2 \\ &= \underline{x^2 - 2ax + a^2} \quad \leftarrow \text{この公式}\end{aligned}$$

$$\text{公式'2} \quad (x+a)^2 = x^2 + 2ax + a^2$$

$$\text{公式'3} \quad (x-a)^2 = x^2 - 2ax + a^2$$

例2

$$\begin{aligned}(1) \quad (x+3)^2 \\ &= x^2 + 2 \times \underbrace{\quad}_{a} \times x + 3^2 \\ &= \quad\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(2) \quad (x-5)^2 \\ &= x^2 - 2 \times \underbrace{\quad} + 5^2 \\ &= \quad\end{aligned}$$

符号に注意

2 次の式を展開しなさい。

(1) $(x+1)^2$

(2) $(x+4)^2$

(3) $(a+6)^2$

(4) $(x-7)^2$

(5) $(x-1)^2$

(6) $(y-3)^2$

(7) $(x+y)^2$

(8) $(a-b)^2$

● 和の平方, 差の平方

$(x+5)(x+5)$ を展開しよう。 答 → $x^2+10x+25$

数学では $(x+5)(x+5) = (x+5)^2$ と表します。

これを一気に展開する方法を考えよう。

$$\begin{aligned} (x+a)^2 &= (x+a)(x+a) \\ &= x^2 + \underbrace{(a+a)}_{\text{和}}x + \underbrace{a^2}_{\text{積}} \\ &= \underline{x^2 + 2ax + a^2} \quad \leftarrow \text{二乗公式'} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (x-a)^2 &= (x-a)(x-a) \\ &= x^2 + (-a-a)x + a^2 \\ &= \underline{x^2 - 2ax + a^2} \quad \leftarrow \text{二乗公式'} \end{aligned}$$

公式' 2	$(x+a)^2 = x^2 + 2ax + a^2$
公式' 3	$(x-a)^2 = x^2 - 2ax + a^2$

例2

(1) $(x+\underline{3})^2$
 $= x^2 + 2 \times \underline{3} \times x + 3^2$
 $= \underline{x^2 + 6x + 9}$

(2) $(x-\underline{5})^2$ 符号に注意
 $= x^2 - 2 \times \underline{5} \times x + 5^2$
 $= \underline{x^2 - 10x + 25}$

2 次の式を展開しなさい。

- | | | |
|--------------------------------|--------------------------------|-------------------------------|
| (1) $(x+1)^2$
x^2+2x+1 | (2) $(x+4)^2$
$x^2+8x+16$ | (3) $(a+6)^2$
$a^2+12a+36$ |
| (4) $(x-7)^2$
$x^2-14x+49$ | (5) $(x-1)^2$
x^2-2x+1 | (6) $(y-3)^2$
y^2-6y+9 |
| (7) $(x+y)^2$
$x^2+2xy+y^2$ | (8) $(a-b)^2$
$a^2-2ab+b^2$ | |

● 和と差の積

$$(x+a)(x-a) = x^2 + \underbrace{(a-a)}_{\text{和}}x - \underbrace{a^2}_{\text{積}} \leftarrow \text{公式'1の } b \text{ を } -a \text{ に 変えた形です}$$

$$= x^2 - a^2 \quad \leftarrow \text{この公式}$$

$$\text{公式'4 } (x+a)(x-a) = x^2 - a^2$$

例3

$$(x+6)(x-6) = x^2 - 6^2 = \boxed{}$$

3 次の式を展開しなさい。

(1) $(x+3)(x-3)$

(2) $(x+1)(x-1)$

(3) $(a-4)(a+4)$

(4) $(a+b)(a-b)$

(5) $(2+x)(2-x)$

(6) $(1-x)(x+1)$

これまでに学んだ公式を **乗法公式** といいます。

もう一度、まとめてみましょう。

$$\boxed{1} \quad (x+a)(x+b) =$$

$$\boxed{2} \quad (x+a)^2 =$$

$$\boxed{3} \quad (x-a)^2 =$$

$$\boxed{4} \quad (x+a)(x-a) =$$

4 次の式を展開しなさい。

(1) $(x-4)^2$

(2) $(x-6)(x+3)$

(3) $(x+7)(x-7)$

(4) $(x+y)^2$

(5) $(x+6)(x+2)$

(6) $(8-a)^2$

(7) $(y-1)(y-2)$

(8) $(a-5)(-a-5)$

● 和と差の積

$$(x+a)(x-a) = x^2 + \underbrace{(a-a)}_{\text{和}}x - \underbrace{a^2}_{\text{積}} \leftarrow \text{公式1の } b \text{ を } -a \text{ に 変えた形です}$$

$$= x^2 - a^2 \quad \star \text{ この公式}$$

公式4 $(x+a)(x-a) = x^2 - a^2$

例3

$$(x+6)(x-6) = x^2 - 6^2 = \boxed{x^2 - 36}$$

3 次の式を展開しなさい。

(1) $(x+3)(x-3)$
 $x^2 - 9$

(2) $(x+1)(x-1)$
 $x^2 - 1$

(3) $(a-4)(a+4)$
 $a^2 - 16$

(4) $(a+b)(a-b)$
 $a^2 - b^2$

(5) $(2+x)(2-x)$
 $4 - x^2$

(6) $(1-x)(x+1)$
 $1 - x^2$

ここまでで学んだ公式を **乗法公式** といいます。

もう一度、まとめてみましょう。

① $(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$

② $(x+a)^2 = x^2 + 2ax + a^2$

③ $(x-a)^2 = x^2 - 2ax + a^2$

④ $(x+a)(x-a) = x^2 - a^2$

4 次の式を展開しなさい。

(1) $(x-4)^2$
 $x^2 - 8x + 16$

(2) $(x-6)(x+3)$
 $x^2 - 3x - 18$

(3) $(x+7)(x-7)$
 $x^2 - 49$

(4) $(x+y)^2$
 $x^2 + 2xy + y^2$

(5) $(x+6)(x+2)$
 $x^2 + 8x + 12$

(6) $(8-a)^2$
 $64 - 16a + a^2$

(7) $(y-1)(y-2)$
 $y^2 - 3y + 2$

(8) $(a-5)(-a-5)$
 $-a^2 + 25$

③ いっしょいっしょな式の展開

例4

(1) $(2x+1)(2x+3)$

$= (A+1)(A+3)$

$=$

$= (2x)^2 + 4 \times 2x + 3$

$=$

2xを1つの文字として考えよう。

2xをAとおく

公式1で展開する

Aを2xにむとす

かんはきは、Aとおかすに

一気に答えにたどりつきますよ!

2xを1つのまとまりとして考えよう!

(2) $(\frac{2x}{a} + \frac{3}{b})^2$

$= \frac{(2x)^2}{a^2} + 2 \times \frac{\square}{a} \times \frac{\square}{b} + 3^2$

$=$

2xを1つのまとまりでみましょう

$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

5 次の式を展開しなさい。

(1) $(5x+2)^2$

(2) $(3a-2b)^2$

(3) $(6x+5)(6x-5)$

(4) $(8x+3y)(8x-3y)$

(5) $(3x-4)(3x-2)$

(6) $(4a-b)(4a+3b)$

③ いろいろな式の展開

例4

(1) $(2x+1)(2x+3)$

$= (A+1)(A+3)$

$= \boxed{A^2 + 4A + 3}$

$= (2x)^2 + 4 \times 2x + 3$

$= \boxed{4x^2 + 8x + 3}$

2xを1つの文字として考えよう。

2xをAとおく

公式1で展開する

Aを2xにもどす

かんがいは、Aとおく時に

一気に答えにたどりつきますよ!

2xを1つのまとまりとして考えよう!

(2) $\left(\frac{2x}{a} + \frac{3}{b}\right)^2$

2xを1つのまとまりでみましょう

$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

$= \frac{(2x)^2}{a^2} + 2 \times \frac{2x}{a} \times \frac{3}{b} + 3^2$

$= \boxed{4x^2 + \frac{12x}{ab} + 9}$

5 次の式を展開しなさい。

(1) $(5x+2)^2$

$25x^2 + 20x + 4$

(2) $(3a-2b)^2$

$9a^2 - 12ab + 4b^2$

(3) $(6x+5)(6x-5)$

$36x^2 - 25$

(4) $(8x+3y)(8x-3y)$

$64x^2 - 9y^2$

(5) $(3x-4)(3x-2)$

$9x^2 - 18x + 8$

(6) $(4a-b)(4a+3b)$

$16a^2 + 8ab - 3b^2$

$$\begin{aligned}
 & (a+b-2)(a+b+4) \\
 &= (X-2)(X+4) \quad \left\{ \begin{array}{l} a+b \text{ を } X \text{ とおいて} \\ \text{かこの中を2項にする} \end{array} \right. \\
 &= \boxed{} \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{展開ね} \end{array} \right. \\
 &= (a+b)^2 + 2(a+b) - 8 \quad \left\{ \begin{array}{l} X \text{ を } a+b \text{ にもどす。} \\ \text{展開する} \end{array} \right. \\
 &= \boxed{}
 \end{aligned}$$

6 次の式を展開しなさい。

(1) $(x+y+2)(x+y-2)$ (2) $(a+b+c)^2$

(3) $(a-b-c)^2$

$$\begin{aligned}
 & \underline{(x+3)^2} - \underline{(x+3)(x-5)} \\
 &= \boxed{} - \left(\boxed{} \right) \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{かっこをする!} \\ \text{かっこをはずす!} \\ \text{符号に注意} \end{array} \right. \\
 &= x^2 + 6x + 9 \quad \boxed{} \\
 &= \boxed{} \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{同類項をまとめる。} \end{array} \right.
 \end{aligned}$$

7 次の計算をしなさい。

(1) $(x+4)(x-4) + (x-5)(x+3)$

(2) $(x+5)^2 - (x+2)(x-2)$

$$\begin{aligned}
 & (a+b-2)(a+b+4) \\
 &= (X-2)(X+4) \quad \left\{ \begin{array}{l} a+b \text{ を } X \text{ とおいて} \\ \text{かっこの中を 2 項にする} \end{array} \right. \\
 &= \boxed{X^2 + 2X - 8} \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{展開する} \end{array} \right. \\
 &= (a+b)^2 + 2(a+b) - 8 \quad \left\{ \begin{array}{l} X \text{ を } a+b \text{ にもどす} \end{array} \right. \\
 &= \boxed{a^2 + 2ab + b^2 + 2a + 2b - 8} \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{展開する} \end{array} \right.
 \end{aligned}$$

6 次の式を展開しなさい。

$$\begin{aligned}
 (1) & (x+y+2)(x+y-2) \\
 &= (x+y)^2 - 2^2 \\
 &= x^2 + 2xy + y^2 - 4
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (2) & (a+b+c)^2 \\
 &= (a+b)^2 + 2c(a+b) + c^2 \\
 &= a^2 + 2ab + b^2 + 2ac + 2bc + c^2 \\
 & \quad (a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (3) & (a-b-c)^2 \\
 &= (a-b)^2 - 2c(a-b) + c^2 \\
 &= a^2 - 2ab + b^2 - 2ac + 2bc + c^2
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \frac{(x+3)^2 - (x+3)(x-5)}{1} \\
 &= \boxed{x^2 + 6x + 9} - \left(\boxed{x^2 - 2x - 15} \right) \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{かっこをする!} \\ \text{かっこをはかず!} \\ \text{符号に注意} \end{array} \right. \\
 &= x^2 + 6x + 9 - x^2 + 2x + 15 \\
 &= \boxed{8x + 24} \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{同類項をまとめる} \end{array} \right.
 \end{aligned}$$

7 次の計算をしなさい。

$$\begin{aligned}
 (1) & (x+4)(x-4) + (x-5)(x+3) \\
 &= x^2 - 16 + x^2 - 2x - 15 = 2x^2 - 2x - 31
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (2) & (x+5)^2 - (x+2)(x-2) \\
 &= x^2 + 10x + 25 - (x^2 - 4) \\
 &= 10x + 29
 \end{aligned}$$

補充問題 A

1 次の式を展開しなさい。

(1) $(a+1)(a+6)$

(2) $(x-3)(x-6)$

(3) $(a-3)^2$

(4) $(y+1)^2$

(5) $(x-9)(x+9)$

(6) $(3-x)(-3-x)$

2 次の計算をしなさい。

(1) $(x-3)(x-5) + (x+1)^2$

(2) $(a-1)(a+1) - (a+4)^2$

補充問題 B

1 次の式を展開しなさい。

(1) $(3x-5)(3x+2)$

(2) $(2x+5y)(2x-3y)$

(3) $(5a-2b)^2$

(4) $(\frac{1}{6}x + \frac{1}{3})(\frac{1}{6}x - \frac{1}{3})$

(5) $(x+3y+1)(x+3y-1)$

(6) $(a-b+4)(a+b-4)$

2 $2(2x-1)^2 - (3x-1)(3x+5)$ を計算しなさい。

補充問題A

1 次の式を展開しなさい。

$$(1) (a+1)(a+6) \\ a^2+7a+6$$

$$(2) (x-3)(x-6) \\ x^2-9x+18$$

$$(3) (a-3)^2 \\ a^2-6a+9$$

$$(4) (y+1)^2 \\ y^2+2y+1$$

$$(5) (x-9)(x+9) \\ x^2-81$$

$$(6) (3-x)(-3-x) \\ -9+x^2$$

2 次の計算をしなさい。

$$(1) (x-3)(x-5) + (x+1)^2 \\ = x^2-8x+15 + x^2+2x+1 \\ = 2x^2-6x+16$$

$$(2) (a-1)(a+1) - (a+4)^2 \\ = a^2-1 - (a^2+8a+16) \\ = -8a-17$$

補充問題B

1 次の式を展開しなさい。

$$(1) (3x-5)(3x+2) \\ 9x^2-9x-10$$

$$(2) (2x+5y)(2x-3y) \\ 4x^2+4xy-15y^2$$

$$(3) (5a-2b)^2 \\ 25a^2-20ab+4b^2$$

$$(4) \left(\frac{1}{6}x + \frac{1}{3}\right) \left(\frac{1}{6}x - \frac{1}{3}\right) \\ \frac{1}{36}x^2 - \frac{1}{9}$$

$$(5) (x+3y+1)(x+3y-1) \\ = (x+3y)^2 - 1^2 \\ = x^2+6xy+9y^2-1$$

$$(6) (a-b+4)(a+b-4) \\ = \{a-(b-4)\} \{a+(b-4)\} \\ = a^2 - (b-4)^2 = a^2 - (b^2-8b+16) \\ = a^2 - b^2 + 8b - 16$$

2 $2(2x-1)^2 - (3x-1)(3x+5)$ を計算しなさい。

$$= 2(4x^2-4x+1) - (9x^2+12x-5) \\ = 8x^2-8x+2 - 9x^2-12x+5 \\ = -x^2-20x+7$$