

1章 多項式

1-3 因数分解

数3-1-3(1)

式や数をいくつかの積の形で表すとき、

そのひとつひとつを **因数** といいます。

・ $12 = \underline{2} \times \underline{6}$ と表すとき 2 と 6 は 12 の因数

・ $3ab$ では $3, a, b$ など は 因数

・ $x(x+2)$ では, $x, x+2$ が 因数

多項式をいくつかの積として表すことを **因数分解** するといふ。

$$(x+1)(x+2) \xrightarrow{\text{展開(乗法公式)}} = x^2 + 3x + 2$$

$\xleftarrow{\text{因数分解}}$

$$x(3x+1) \xrightarrow{\text{展開(分配法則)}} = 3x^2 + x$$

$\xleftarrow{\text{因数分解}}$

● 共通因数

数3-1-3(2)

多項式の各項に 共通な因数 があるとき、それをかこい外にくくり出して、式を 因数分解 する。

例1

$$(1) ma + mb$$

$$\begin{aligned} & \xrightarrow{\text{mが共通因数}} = \underline{m} \times a + \underline{m} \times b \\ & = \underline{m} (a + \square) \end{aligned}$$

$$(2) x^2 + 2xy$$

$$= \underline{x} \times x + \underline{2} \times \underline{x} \times y$$

$$= x (\square)$$

$$(3) 4ab + 2a$$

$$= \underline{2} \times \underline{2} \times a \times b + \underline{2} \times a \times 1$$

$$= 2a (\square)$$

1 次の式を因数分解しなさい。

$$(1) ax - bx$$

$$(2) 5x^2 - 10xy$$

$$(3) 2x^2y - 2xy$$

$$(4) xy^2 - x^2y$$

$$(5) 4x^2y - 6xy^2 + 10xy$$

1章 多項式 1-3 因数分解

数3-1-3(1)

式や数をいくつかの積の形で表すとき、
そのひとつひとつを **因数** といいます。

- $12 = \underline{2} \times \underline{6}$ と表すとき 2と6は12の**因数**
- $3ab$ では 3, a, b などは**因数**
- $x(x+2)$ では, $x, x+2$ が **因数**

多項式をいくつかの積として表すことを **因数分解** するといふ。

$$\begin{array}{c} \xrightarrow{\text{展開(乗法公式)}} \\ (x+1)(x+2) = x^2 + 3x + 2 \\ \xleftarrow{\text{因数分解}} \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \xrightarrow{\text{展開(分配法則)}} \\ x(3x+1) = 3x^2 + x \\ \xleftarrow{\text{因数分解}} \end{array}$$

● 共通因数

数3-1-3(2)

多項式の各項に 共通な因数 があるとき、それをかこいの外に
くくり出して、式を**因数分解**する。

例1

(1) $ma + mb$	(2) $x^2 + 2xy$	(3) $4ab + 2a$
$\begin{array}{l} m \text{ が} \\ \text{共通} \\ \text{因数} \\ = \underline{m} \times a + \underline{m} \times b \\ = \underline{m} (a + \boxed{b}) \end{array}$	$\begin{array}{l} = \underline{x} \times x + \underline{2} \times x \times y \\ = x (\boxed{x + 2y}) \end{array}$	$\begin{array}{l} = \underline{2} \times \underline{2} \times a \times b + \underline{2} \times a \times 1 \\ = 2a (\boxed{2b + 1}) \end{array}$

1 次の式を因数分解しなさい。

(1) $ax - bx$ $x(a-b)$	(2) $5x^2 - 10xy$ $5x(x-2y)$	(3) $2x^2y - 2xy$ $2xy(x-1)$
(4) $xy^2 - x^2y$ $xy(y-x)$	(5) $4x^2y - 6xy^2 + 10xy$ $2xy(2x-3y+5)$	

● 公式を利用する因数分解

$(x+2)(x+3)$ を展開すると $(x+2)(x+3) = x^2 + 5x + 6$
和 積

この逆が因数分解です。つまり $x^2 + 5x + 6$ を因数分解すると

$x^2 + 5x + 6 = (x+2)(x+3)$
和が5, 積が6 になる2数は, +2と+3

公式1' $x^2 + (a+b)x + ab = (x+a)(x+b)$

例2 先に積から考えよう!

(1) $x^2 + 4x + 3$ を因数分解しなさい。

積が3になる2つの数は
 $1, 3$ と $-1, -3$ の2組 → このうち, 和が4になるのは
 \square と \square であるから
 $x^2 + 4x + 3 = (x + \square)(x + \square)$

(2) $x^2 - 7x + 10$ を因数分解しなさい。

右の表の 積が10 になる2数をうち、
和が-7 になるところに○をつけよう。

数3-1-3(4)

積が10	和が-7
1, 10	X
-1, -10	X

$x^2 - 7x + 10 = \square$

2 次の式を因数分解しなさい。

(1) $x^2 + 7x + 6$

(2) $x^2 - 11x + 28$

(3) $x^2 - 8x + 12$

(4) $x^2 - 9x + 8$

● 公式を利用する因数分解

$(x+2)(x+3)$ を展開すると $(x+2)(x+3) = x^2 + 5x + 6$
和 積

この逆が因数分解です。つまり $x^2 + 5x + 6$ を因数分解すると

$x^2 + 5x + 6 = (x+2)(x+3)$

和が5, 積が6になる2数は、+2と+3

公式1' $x^2 + (a+b)x + ab = (x+a)(x+b)$

例2

先に積から考えよう!

(1) $x^2 + 4x + 3$ を因数分解しなさい。

積が3になる2つの数は 1, 3 と -1, -3 の2組 → このうち、和が4になるのは 1 と 3 であるから

$x^2 + 4x + 3 = (x + \boxed{1})(x + \boxed{3})$

(2) $x^2 - 7x + 10$ を因数分解しなさい。

数3-1-3(4)

右の表の積が10になる2数をうち、和が-7になるところに○をつけよう。

積が10	和が-7
1, 10	X
-1, -10	X
2, 5	X
-2, -5	○

$x^2 - 7x + 10 = \boxed{(x-2)(x-5)}$

2 次の式を因数分解しなさい。

(1) $x^2 + 7x + 6$

$(x+6)(x+1)$

(2) $x^2 - 11x + 28$

$(x-7)(x-4)$

(3) $x^2 - 8x + 12$

$(x-6)(x-2)$

(4) $x^2 - 9x + 8$

$(x-8)(x-1)$

例3

$x^2 + x - 6$ を因数分解しなさい。

数3-1-3(5)

右の表をうめて、積が -6 、和が 1 になるものを見つけよう。

積が -6	和が 1
$1, -6$	\times
$-1, 6$	\times

$$x^2 + x - 6 = \boxed{}$$

3 次の式を因数分解しなさい。

(1) $x^2 - 2x - 15$

(2) $x^2 + 3x - 10$

(3) $x^2 + 2x - 15$

(4) $x^2 + 9x - 10$

(5) $a^2 - 7a - 8$

(6) $y^2 + 5y - 36$

公式 2' $x^2 + 2ax + a^2 = (x+a)^2$

公式 3' $x^2 - 2ax + a^2 = (x-a)^2$

数3-1-3(6)

例4

$x^2 + \overset{2a}{10}x + \overset{a^2}{25}$ を公式 2' で因数分解してみよう。

$10 = 2 \times 5$, $25 = 5^2$ であるから

$$\begin{aligned} x^2 + 10x + 25 &= x^2 + 2 \times 5 \times x + 5^2 \\ &= (x + \boxed{5})^2 \end{aligned}$$

公式 1' で

$$\begin{aligned} x^2 + 10x + 25 &= (x+5)(x+5) \\ &= (x+5)^2 \text{ である。} \end{aligned}$$

4 次の式を因数分解しなさい。

(1) $x^2 + 6x + 9$

(2) $x^2 + 4x + 4$

(3) $y^2 + 18y + 81$

(4) $x^2 - 12x + 36$

(5) $a^2 - 2a + 1$

(6) $y^2 - 14y + 49$

例3

$x^2 + x - 6$ を因数分解しなさい。

数3-1-3(5)

右の表をうめて、積が -6 、和が 1 になるものをみつけよう。

積が -6	和が 1
$1, -6$	\times
$-1, 6$	\times
$2, -3$	\times
$-2, 3$	\circ

$$x^2 + x - 6 = (x-2)(x+3)$$

3 次の式を因数分解しなさい。

(1) $x^2 - 2x - 15$

$(x-5)(x+3)$

(2) $x^2 + 3x - 10$

$(x+5)(x-2)$

(3) $x^2 + 2x - 15$

$(x+5)(x-3)$

(4) $x^2 + 9x - 10$

$(x+10)(x-1)$

(5) $a^2 - 7a - 8$

$(a-8)(a+1)$

(6) $y^2 + 5y - 36$

$(y+9)(y-4)$

公式 2' $x^2 + 2ax + a^2 = (x+a)^2$

公式 3' $x^2 - 2ax + a^2 = (x-a)^2$

数3-1-3(6)

例4

$x^2 + 10x + 25$ を公式 2' で因数分解してみよう。

$10 = 2 \times 5$, $25 = 5^2$ であるから

$x^2 + 10x + 25 = x^2 + 2 \times 5 \times x + 5^2$

$= (x+5)^2$

公式 1' で

$x^2 + 10x + 25$

$= (x+5)(x+5)$

$= (x+5)^2$ である。

4 次の式を因数分解しなさい。

(1) $x^2 + 6x + 9$

$(x+3)^2$

(2) $x^2 + 4x + 4$

$(x+2)^2$

(3) $y^2 + 18y + 81$

$(y+9)^2$

(4) $x^2 - 12x + 36$

$(x-6)^2$

(5) $a^2 - 2a + 1$

$(a-1)^2$

(6) $y^2 - 14y + 49$

$(y-7)^2$

$$\text{公式'4'} \quad x^2 - a^2 = (x+a)(x-a)$$

例5

$$x^2 - 25 = x^2 - 5^2 = \boxed{}$$

5 次の式を因数分解しなさい。

(1) $x^2 - 36$

(2) $x^2 - 4$

(3) $a^2 - 1$

(4) $x^2 - 100$

(5) $49 - y^2$

(6) $-121 + x^2$

因数分解の公式のまとめ

$$\text{①} \quad x^2 + (a+b)x + ab = \underline{\hspace{4cm}}$$

$$\text{②} \quad x^2 + 2ax + a^2 = \underline{\hspace{4cm}}$$

$$\text{③} \quad x^2 - 2ax + a^2 = \underline{\hspace{4cm}}$$

$$\text{④} \quad x^2 - a^2 = \underline{\hspace{4cm}}$$

6 次の式を因数分解しなさい。

(1) $x^2 - 10x + 16$

(2) $x^2 + 8x + 16$

(3) $x^2 - 8x + 16$

(4) $x^2 - 16$

(5) $x^2 - 5x - 24$

(6) $y^2 - 64$

(7) $x^2 + 20x + 100$

(8) $x^2 - 13x + 36$

$$\text{公式'4'} \quad x^2 - a^2 = (x+a)(x-a)$$

例5

$$x^2 - 25 = x^2 - 5^2 = (x+5)(x-5)$$

5 次の式を因数分解しなさい。

(1) $x^2 - 36$

$(x+6)(x-6)$

(2) $x^2 - 4$

$(x+2)(x-2)$

(3) $a^2 - 1$

$(a+1)(a-1)$

(4) $x^2 - 100$

$(x+10)(x-10)$

(5) $49 - y^2$

$(7+y)(7-y)$

(6) $-121 + x^2$

$(-11+x)(11+x)$

因数分解の公式のまとめ

① $x^2 + (a+b)x + ab = \underline{(x+a)(x+b)}$

② $x^2 + 2ax + a^2 = \underline{(x+a)^2}$

③ $x^2 - 2ax + a^2 = \underline{(x-a)^2}$

④ $x^2 - a^2 = \underline{(x+a)(x-a)}$

6 次の式を因数分解しなさい。

(1) $x^2 - 10x + 16$

$(x-8)(x-2)$

(2) $x^2 + 8x + 16$

$(x+4)^2$

(3) $x^2 - 8x + 16$

$(x-4)^2$

(4) $x^2 - 16$

$(x+4)(x-4)$

(5) $x^2 - 5x - 24$

$(x+3)(x-8)$

(6) $y^2 - 64$

$(y+8)(y-8)$

(7) $x^2 + 20x + 100$

$(x+10)^2$

(8) $x^2 - 13x + 36$

$(x-4)(x-9)$

補充問題 A

次の式を因数分解しなさい。

(1) $ab + ac$

(2) $2ac + 8bc$

(3) $x^2 + 2xy$

(4) $3xy + 5xz - 2x$

(5) $x^2 + 7x + 10$

(6) $x^2 - 8x + 12$

(7) $x^2 - 7x - 8$

(8) $a^2 - 6a + 9$

(9) $a^2 - 1$

(10) $64 - y^2$

(11) $x^2 + 2x + 1$

(12) $x^2 + 4x - 45$

補充問題 B

次の式を因数分解しなさい。

(1) $2ax + 4bx - 6x$

(2) $-5x^2y - 8xy^2 + xy$
2行とも共通因数にします。

(3) $x^2 + 3xy + 2y^2$

(4) $a^2 + 10ab + 21b^2$

(5) $x^2y^2 - 7xy + 6$

(6) $x^2 + 14xy + 49y^2$

(7) $4x^2 - 20x + 25$

(8) $4x^2 - 12xy + 9y^2$

(9) $9x^2 - 64y^2$

(10) $4a^2b^2 - 9c^2$

補充問題 A

次の式を因数分解しなさい。

(1) $ab + ac$

$a(b+c)$

(2) $2ac + 8bc$

$2c(a+4b)$

(3) $x^2 + 2xy$

$x(x+2y)$

(4) $3xy + 5xz - 2x$

$x(3y+5z-2)$

(5) $x^2 + 7x + 10$

$(x+5)(x+2)$

(6) $x^2 - 8x + 12$

$(x-6)(x-2)$

(7) $x^2 - 7x - 8$

$(x-8)(x+1)$

(8) $a^2 - 6a + 9$

$(a-3)^2$

(9) $a^2 - 1$

$(a+1)(a-1)$

(10) $64 - y^2$

$(8+y)(8-y)$

(11) $x^2 + 2x + 1$

$(x+1)^2$

(12) $x^2 + 4x - 45$

$(x+9)(x-5)$

補充問題 B

次の式を因数分解しなさい。

(1) $2ax + 4bx - 6x$

$2x(a+2b-3)$

(2) $-5x^2y - 8xy^2 + xy$

2行とも共通因数にします。

$-xy(5x+8y-1)$

(3) $x^2 + 3xy + 2y^2$

$(x+y)(x+2y)$

(4) $a^2 + 10ab + 21b^2$

$(a+3b)(a+7b)$

(5) $x^2y^2 - 7xy + 6$

$(xy-6)(xy-1)$

(6) $x^2 + 14xy + 49y^2$

$(x+7y)^2$

(7) $4x^2 - 20x + 25$

$(2x-5)^2$

(8) $4x^2 - 12xy + 9y^2$

$(2x-3y)^2$

(9) $9x^2 - 64y^2$

$(3x+8y)(3x-8y)$

(10) $4a^2b^2 - 9c^2$

$(2ab+3c)(2ab-3c)$